



سوال ۵۵

## فصل ۱-درس ۱

۱ اگر  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  به صورت  $a_{ij} = \begin{cases} -۱ & |i - j| > ۱ \\ ۰ & |i - j| = ۱ \\ ۱ & |i - j| < ۱ \end{cases}$  باشد، ماتریس  $A^۲ - ۲I$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲ درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) هر ماتریس مربعی یک ماتریس اسکالر است.

ب) هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر شود، شکل بیضی به دایره نزدیکتر می‌شود.

پ) برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$ ، تساوی  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$  همواره برقرار است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۳ با فرض  $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix}$ ، حاصل عبارت  $A^۲ + ۲I$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۴ دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x - y & ۹ \\ ۲ & z - ۱ \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} ۳ & x + y \\ ۲ & ۵ \end{bmatrix}$  مساوی هستند، مقادیرهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۵ اگر  $A = \begin{bmatrix} ۲x & ۶ \\ x + y & ۲ \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} y + ۲ & ۳ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$  و  $A = ۲B$ ، در این صورت  $x$  و  $y$  را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۶ اگر  $A = \begin{bmatrix} ۲x & ۶ \\ x + y & ۲ \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} y + ۲ & ۳ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$  و  $A = ۲B$ ، در این صورت  $x$  و  $y$  را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۷ اگر  $A = \begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ -۱ & -۳ \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} ۰ & ۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}$ ، حاصل عبارت  $AB + ۲I$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۸ اگر  $A = \begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ -۱ & -۳ \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} ۰ & ۲ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}$ ، حاصل عبارت  $AB + ۲I$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۹ با فرض  $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۱ & -۱ \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $A^۵$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

- گزینه درست را انتخاب کنید. ۱۰  
 مقدار عددی  $a_{23}$  در ماتریس  $3 \times 3$   $A = [i - j]$  کدام است؟  
 اگر ۱- ۱ (۲)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

- با فرض  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  ماتریس  $A^{49}$  را محاسبه کنید. ۱۱

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

- درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. ۱۲  
 اگر در ماتریس  $A$  تعداد سطرها با تعداد ستون‌ها برابر باشد، ماتریس  $A$  را مربعی می‌نامیم.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

- ماتریس‌های  $A = \begin{bmatrix} -1 & m \\ -2 & m \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  چنان هستند که  $C = 3A + 2B$  ماتریس قطری است. مقدار  $m$  و مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس  $C$  را حساب کنید. ۱۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. ۱۴  
 الف) اگر  $A$  ماتریس اسکالر و  $B$  ماتریس هم‌رتبه  $A$  باشد، آنگاه حاصلضرب آنها تعویض‌پذیر است.  
 ب) اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$  باشد آنگاه  $A^{1403} = I$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. ۱۵  
 الف) در ماتریس قطری  $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2k-1 & 2 \end{bmatrix}$ ، مقدار  $k$  برابر ..... است.  
 ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل ..... است.  
 پ) حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای واحد  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  بنا می‌شود، برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2x-y & 5 \\ z & 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$  و  $A = B$  باشند، حاصل  $x^2 - 2y + z$  را به دست آورید. ۱۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

- جای خالی را با واژه مناسب کامل کنید. ۱۷  
 اگر  $A = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه دترمینان ماتریس  $A$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

- جای خالی را با واژه مناسب کامل کنید. ۱۸  
 اگر در ماتریس قطری تمام درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابر باشند، آن را ماتریس ..... می‌نامند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

- در تساوی  $0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix}$ ، مقدار  $x$  را بیابید. ۱۹

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۲۰) ماتریس‌های  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} x+1 & y+2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  را در نظر بگیرید، اگر  $A + B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه مقادیر  $x$  و  $y$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۲۱) درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۲۲) جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.  
در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{4 \times 3}$  که در آن  $a_{ij} = \frac{2i}{j-1}$  باشد، درایه واقع در سطر سوم و ستون دوم ماتریس  $A$  برابر است با: .....

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۲۳) اگر دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2x-1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  مساوی باشند، آنگاه مقدار  $x$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۲۴) ماتریس  $(B^2 + 2I)$  را محاسبه کنید. (ا ماتریس همانی مرتبه سه است.)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۵) با استفاده از ویژگی‌های ضرب ماتریس‌ها و ماتریس همانی  $I$  درستی رابطه زیر را ثابت کنید:  
 $(A - 3I)^2 = A^2 - 6A + 9I$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۶) اگر  $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ ، ماتریس  $B$  را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید.  
 $b_{ij} = \begin{cases} i+1 & i=j \\ j-2 & i < j \\ 1 & i > j \end{cases}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۷) اگر  $A = \begin{bmatrix} m & 0 \\ m-2 & n \end{bmatrix}$  ماتریسی اسکالر باشد مقادیر  $m$  و  $n$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۸) اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی مرتبه ۳ و تعویض‌پذیر باشند، ثابت کنید:  
 $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۲۹) اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & m+1 \\ 2n+4 & 5 \end{bmatrix}$  یک ماتریس قطری باشد، با محاسبه  $m$  و  $n$  ماتریس  $A + I$  را بیابید. (ا ماتریس همانی مرتبه دو است.)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۳۰) اگر دو ماتریس مربعی A و B به صورت  $A = [3i - 2j]_{3 \times 3}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  باشند:

الف) ماتریس A را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید.  
ب) ماتریس  $B^2$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۳۱) اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$  مقادیر a و b را طوری به دست آورید که  $A \times B$  ماتریس قطری باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۳۲) عبارت زیر را کامل کنید.  
اگر ماتریس  $\begin{bmatrix} r & m-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  یک ماتریس همانی باشد حاصل  $m + r$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۳۳) اگر  $A = \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$  و  $A = B$  در این صورت حال  $3z + 2y + x$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۳۴) اگر  $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  باشد مقادیر a و b را طوری به دست آورید که حاصل ضرب  $A \times B$  ماتریس قطری باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۳۵) درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر A و B دو ماتریس  $3 \times 3$  دلخواه باشند آن گاه عبارت  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$  همواره برقرار است.

ب) اگر صفحه P به گونه‌ای باشد که هر دو تکه‌ی بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است.  
پ) نقطه  $(3, -2)$  روی دایره  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  قرار دارد.

ت) برای سه بردار  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  به طول‌های واحد روی محورهای مختصات در  $R^3$  داریم:  $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۳۶) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) ماتریس مربعی که همه درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریس ..... گویند.

ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی ..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

پ) در حالتی که  $\frac{c}{a} = 1$  بیضی به یک ..... تبدیل می‌شود.

ت) بردار  $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}$  در فضا سه بعدی بر صفحه‌ی مختصات سه بعدی ..... منطبق است.

(xoz, yoz, xoy)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۳۷) دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ n+1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$  مفروض‌اند، اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل AB را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۳۸

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس هم مرتبه و  $r$  یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و  $rA = rB$  آن گاه داریم:  $A = B$ .

ب) مکان هندسی مرکزهای همی دایره‌هایی در صفحه که بر خط  $d$  در نقطه‌ی ثابت  $A$  مماس‌اند، یک نیم‌خط عمود بر خط  $d$  در نقطه‌ی  $A$  است.

پ) در یک سهمی، هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از کانون سهمی خواهد گذشت.

ت) اگر زاویه بین دو بردار مخالف صفر، منفرجه باشد، آن گاه ضرب داخلی آن‌ها یک عدد حقیقی مثبت است.

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۳۹

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) اگر ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & f \\ 0 & a & 0 \\ e & c & b \end{bmatrix}$  اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر ..... است.

ب) اگر صفحه‌ی  $P$  با مولد  $(d)$  موازی باشد و اِز-رأس سطح مخروطی عبور کند، در این صورت فصل مشترک صفحه  $P$  و سطح مخروطی یک ..... است.

پ) در بیضی، در حالتی که  $\frac{c}{a} = 0$  بیضی به ..... تبدیل می‌شود.

ت) در فضای  $R^3$ ، نقطه  $(-3, 2, -5)$  در ناحیه (کنج) ..... دستگاه مختصات قرار دارد.

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۴۰

مقادیر  $x$  و  $y$  را از معادله مقابل به دست آورید.

$$[x \ 2] \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = [4 \ y - 2]$$

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۴۱) اگر  $A = [a_{ij}]$  یک ماتریس  $3 \times 3$  با درایه‌های  $a_{ij} = \begin{cases} i - j & i < j \\ 2 & i = j \\ i + j & i > j \end{cases}$  باشد، درایه‌های  $a_{12}, a_{31}, a_{33}$  را به دست آورید.

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۴۲) اگر  $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری به دست آورید که  $A \times B$  ماتریس قطری باشد.

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۴۳) معادله‌ی ماتریسی  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = 0$  را حل کنید.

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۴۴) اگر دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x-1 & 8 \\ 3 & z+1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} y+1 & x-2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  مساوی باشند مقدار  $x + y + z$  را بیابید.

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۴۵

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) در دستگاه  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by = c \end{cases}$ ، اگر  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  باشد، دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.

ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

پ) هرگاه صفحه‌ی P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک دایره است.

ت) رابطه  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 10 = 0$  معادله‌ی یک دایره است.

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۴۶

جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف) در ماتریس قطری  $A = \begin{bmatrix} 3 & & \\ & 1 & \\ & & 4 \end{bmatrix}$  مقدار m برابر ..... است.

ب) اگر A یک ماتریس  $3 \times 3$  و  $|A| = 5$  باشد آن‌گاه  $\left| \frac{1}{2}A \right|$  برابر ..... است.

پ) اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله کانونی آن باشد، خروج از مرکز بیضی برابر ..... است.

ت) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک ..... ثابت غیرواقع بر

آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۴۷

اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  باشد مقادیر m و n را طوری بیابید که رابطه  $A^3 = mA + nI_2$  برقرار باشد. ( $I_2$  ماتریس همانی است.)

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۴۸

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$  وارون‌پذیر نباشد، مقدار a برابر ..... است.

ب) اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابر باشند آن را یک ماتریس ..... می‌نامیم.

پ) اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه A در ..... بیضی است.

ت) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از ..... خواهد گذشت.

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۴۹

در تساوی ماتریسی  $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$  مقدار x را بیابید.

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۵۰

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی دارد.

ب) اگر A یک ماتریس  $3 \times 3$  و  $|A| = 2$  باشد آن‌گاه  $|2A| = 16$  است.

پ) مکان هندسی مرکز همه دایره‌هایی با شعاع ثابت r که بر دایره‌ی  $C(O, r)$  در صفحه این دایره مماس خارج‌اند، دایره  $C'(O, 2r)$  است.

ت) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد بیضی تبدیل به یک دایره می‌شود.

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۵۱

اگر ماتریس‌های  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix}$  باشند، مقادیر a و b را چنان بیابید که داشته باشیم:  $A^T - B = \bar{O}$  (ماتریس صفر است)

سوال‌ات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۵۲ اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^y$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۵۳ اگر  $A = \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$  و  $A = B$  در این صورت حاصل  $(x + y + z)$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

۵۴ در معادله ماتریسی  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$  مقدار  $x$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۵۵ درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
اگر برای ماتریس‌های متمایز  $A, B, C$  داشته باشیم،  $AB = AC$ ، آنگاه لزوماً  $B = C$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

سوال ۷۲

## فصل ۱-درس ۲

۵۶ دستگاه  $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$  را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۵۷ به ازای چه مقادیری از  $m$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} -4x + (m-3)y = 3 \\ 2x - \frac{m-3}{4}y = 1 \end{cases}$  یک جواب منحصر به فرد دارد؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۵۸ اگر  $A = \begin{bmatrix} |A| & 0 & 1 \\ 1 & |A| & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $|A|$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۵۹ در تساوی ماتریسی  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $A$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۶۰ مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که ماتریس  $A = \begin{bmatrix} m+1 & 2 \\ m & 3 \end{bmatrix}$  وارون پذیر نباشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۶۱) حاصل هر یک از عبارتهای ستون A را از ستون B انتخاب کنید. (یکی از اعداد ستون B اضافه است).

B	A
۲	الف) مقدار عددی $ 2A $ در صورتی که $ A_{2 \times 2}  = 1$
۴	ب) مقدار عددی درایه $b_{13}$ در ماتریس $B = [2j + i]_{3 \times 3}$
۵	پ) مقدار عددی $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$
۷	

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۶۲) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.  
الف) برای هر دو ماتریس دلخواه A و B، تساوی  $AB = BA$  برقرار می‌باشد.  
ب) اگر  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ،  $A = [2i - j^2]$ ، در این صورت درایه  $a_{23}$  برابر ۵- است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۶۳) جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.  
الف)  $A = \begin{bmatrix} a & a-4 \\ 0 & a+1 \end{bmatrix}$  ماتریسی قطری است، در این صورت مقدار a برابر ..... می‌باشد.  
ب) اگر A یک ماتریس  $3 \times 3$  و  $|A| = 1$ ، در این صورت  $|-2A|$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۶۴) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.  
الف) برای هر دو ماتریس دلخواه A و B، تساوی  $AB = BA$  برقرار می‌باشد.  
ب) اگر  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ،  $A = [2i - j^2]$ ، در این صورت درایه  $a_{23}$  برابر ۵- است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

۶۵) درمیان ماتریس مقابل را با استفاده از دستور ساروس محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۶۶) دستگاه  $\begin{cases} 3x - y = -6 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$  را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۶۷) جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.  
الف)  $A = \begin{bmatrix} a & a-4 \\ 0 & a+1 \end{bmatrix}$  ماتریسی قطری است، در این صورت مقدار a برابر ..... می‌باشد.  
ب) اگر A یک ماتریس  $3 \times 3$  و  $|A| = 1$ ، در این صورت  $|-2A|$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

۶۸) درمیان ماتریس مقابل را با استفاده از دستور ساروس محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

دستگاه  $\begin{cases} 3x - y = -6 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$  را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید. ۶۹

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

ماتریس ضرایب  $A = \begin{bmatrix} m-1 & 1 \\ 2 & m \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$  ماتریس معلومات یک دستگاه خطی هستند. دستگاه معادلات را تشکیل دهید و مقدار  $m$  را طوری تعیین کنید که دستگاه بی‌شمار جواب داشته باشد. ۷۰

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

جاهای خالی زیر را کامل کنید. ۷۱  
 الف)  $A = \begin{bmatrix} m & 2-m \\ 0 & n \end{bmatrix}$  یک ماتریس اسکالر است. مقدار عددی  $n$  برابر ..... می‌باشد.  
 ب) دترمینان ماتریس مربعی  $A$  برابر ۲ می‌باشد. در این صورت مقدار  $|A^{-1}|$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$  را بر حسب ستون اول به دست آورید. ۷۲

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & d & 0 \\ e & 0 & f \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} ka & kb & kc \\ 0 & d & 0 \\ e & 0 & f \end{bmatrix}$  (k عددی حقیقی است) را در نظر بگیرید. با محاسبه  $|A|$  و  $|B|$  نشان دهید که:  $|B| = k|A|$ . ۷۳

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

دستگاه  $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$  را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید. ۷۴

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید. ۷۵  
 الف) برای هر دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه  $A$  و  $B$ ، در حالت کلی رابطه  $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$  برقرار است.  
 ب) وارون هر ماتریس مربعی در صورت وجود منحصر به فرد است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

اگر  $A$  ماتریس  $2 \times 2$  و اسکالر باشد و  $a_{22} = 3$  در این صورت  $A$  و  $|A|$  را بیابید. ۷۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

نشان دهید ماتریس  $A = \begin{bmatrix} |2A| & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  وارون‌پذیر نیست. ۷۷

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

جاهای خالی را پر کنید. ۷۸

الف) دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$  برابر ..... است.

ب) از تساوی ماتریسی  $A \times B = A \times C$  که در آن  $A$  یک ماتریس مربعی است، با شرط ..... نتیجه می‌شود  $B = C$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۷۹ اگر  $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$  و  $|A^3| = -8$  باشد، حاصل  $\frac{|A^{-1}|}{|3A|}$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۸۰ دستگاه معادلات  $\begin{cases} 3x + 7y = -4 \\ -5x + 2y = -7 \end{cases}$  را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۸۱ ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  که  $a_{ij} = \begin{cases} j-1 & i > j \\ i^2 - j & i = j \\ 1-i & i < j \end{cases}$  و  $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$  مفروض‌اند.

الف) حاصل  $A \times B$  را به دست آورید.  
ب) دترمینان ماتریس  $B$  را به دست آورید. (با روش دلخواه)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۸۲ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر  $A_{n \times n}$  ماتریس دلخواه  $I_n$  ماتریس همانی و  $A^T - A = I$  باشد، وارون ماتریس  $A$ ، برابر  $(I - A)$  است.

ب) مکان هندسی مرکزی همه دایره‌های با شعاع ثابت  $r$  که بر دایره  $C(O, r)$  در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره  $C'(O, 2r)$  است.

پ) بردار  $\vec{a} = \left( 0, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}} \right)$ ، یک بردار یکه است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۸۳ دستگاه  $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 2y - x = 1 \end{cases}$  را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۸۴ اگر  $A$  ماتریسی  $3 \times 3$  باشد و  $|A| = -2$ ، حاصل  $|A| + |A^{-1}|^3$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۸۵ مقدار  $m$  را طوری بیابید که دستگاه  $\begin{cases} mx + 9y = m + 1 \\ 4x + my = -4 \end{cases}$  جواب نداشته باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۸۶ ماتریس  $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$  به صورت  $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - j & i > j \\ i + j & i \leq j \end{cases}$  داده شده است، ماتریس  $A^{-1}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۸۷ اگر  ${}^3A = \begin{bmatrix} |A| & -5 \\ 1 & 4|A| \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $|A^{-1}|$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۸۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
هر ماتریس مربعی وارون‌پذیر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۸۹ ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  به صورت  $a_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$  معرفی شده است، مقدار  $k$  را طوری پیدا کنید که رابطه  $|kA| = 625$  برقرار باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۹۰ درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
در دستگاه  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  اگر  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$  ماتریس ضرایب باشد و  $|A| \neq 0$ ، در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

۹۱ جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $|A|$  برابر است با .....

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

۹۲ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، حاصل  $|\frac{1}{2}A^4|$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۹۳ اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، نشان دهید:  $(5A)^{-1} = \frac{1}{5}A^{-1}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۹۴ در دستگاه  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  اگر  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ، آنگاه دستگاه بی‌شمار جواب دارد. (درست - نادرست)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۹۵ اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  باشد، وارون ماتریس  $A - 2I$  را بیابید. (ا ماتریس همانی مرتبه دو است).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۹۶ اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $||A|A|$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۹۷ اگر دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2x-1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  مساوی باشند، آنگاه مقدار  $x$  برابر با ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۹۸) ماتریس  $A$  مربعی مرتبه سه به سه به صورت  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  که  $a_{ij} = \begin{cases} i + j & i = j \\ j & i > j \\ 0 & i < j \end{cases}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  باشد: الف) ماتریس  $A$  را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) دترمینان ماتریس  $B$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۹۹) دستگاه  $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 7x + 4y = 15 \end{cases}$  را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۱۰۰) درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در صورت نادرستی، شکل صحیح عبارت را بنویسید. - اگر  $A$  یک ماتریس  $3 \times 3$  و  $|A| = 5$  باشد آنگاه  $|2A| = 40$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۱۰۱) اگر  $A$  ماتریس  $3 \times 3$  باشد،  $|A| = 4$  باشد، آنگاه حاصل  $|A||A|$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۰۲) اگر ماتریس  $A$  را ماتریس ضرایب و  $X$  را ماتریس مجهولات و  $B$  را ماتریس معلومات دستگاه دو معادله و دو مجهولی  $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ -4x + 3y = 2 \end{cases}$  در نظر بگیریم، از تساوی  $AX = B$  ماتریس  $X$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۰۳) اگر  $A = [2i - 3j]_{3 \times 2}$  و  $B_{2 \times 3} = \begin{cases} -1 & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}$  باشد، دترمینان ماتریس  $AB$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۰۴) درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $2 \times 2$  باشند آنگاه:  $|AB| = |A||B|$   
 ب) در حالتی که صفحه  $P$  بر محور سطح مخروطی  $(l)$  عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.  
 پ) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد بیضی تبدیل به یک پاره خط می شود.  
 ت) نقطه با مختصات  $(-2, 3, -4)$  در ناحیه (کنج) شماره ۵ محورهای مختصات سه بعدی واقع است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۰۵) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعداد سطر و ستون ..... نامیده می شود.  
 ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی ..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.  
 پ) اگر مجموع فواصل نقطه  $A$  از دو کانون بیضی بیش‌تر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه  $A$  در ..... بیضی است.  
 ت) اگر برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  داشته باشیم:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ ، در این صورت زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۰۶) مقدار  $m$  را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی  $\begin{cases} 2x + my = 1 \\ (m-1)x + y = 3 \end{cases}$  جواب نداشته باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۰۷) ماتریس  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  مفروض است، ماتریس A را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۰۸) دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$  در نظر بگیرید.

الف) آیا جمع دو ماتریس A و B تعریف می‌شود؟ چرا؟  
ب) حاصل  $|A \times B|$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

$$\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

۱۰۹) جواب دستگاه مقابل را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۱۰) اگر  $2A = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 1 & |A| \end{bmatrix}$  باشد، در این صورت حاصل  $|A^{-1}|$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۱۱) دستگاه مقابل را با استفاده از  $A^{-1}$  حل کنید.

$$\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۱۲) اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  و  $I_3$  ماتریس همانی  $3 \times 3$  باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|A \times B| + |2I_3|$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۱۳) دستگاه معادلات  $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 6y = -4 \end{cases}$  را با استفاده از  $A^{-1}$  حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۱۴) به ازای چه مقداری از m دستگاه معادله  $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ mx + 6y = -4 \end{cases}$  فاقد جواب است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۱۵) اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  باشند، حاصل  $|A| + |B^2|$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۱۶) جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $|-A|$  برابر است با .....

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۱۱۷ الف) اگر  $A = \begin{bmatrix} |A| & 8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  در این صورت حاصل  $|A|$  را بیابید.  
 ب) ماتریس وارون  $A$  را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۱۸ دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$  مفروض‌اند. اگر  $A$  یک ماتریس قطری باشد، حاصل  $|A| + |B|$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۱۹ الف) حدود  $m$  را طوری بیابید که دستگاه معادلات  $\begin{cases} 2mx + 3y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$  دارای جواب منحصر به فرد باشد.  
 ب) جواب دستگاه مذکور را به ازای  $m = 2$  با استفاده از ماتریس وارون محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۲۰ جواب دستگاه زیر را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید.  
 $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۱۲۱ اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $BA$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۱۲۲ دستگاه  $\begin{cases} 2x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$  را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

۱۲۳ مقدار  $m$  را طوری بیابید که ماتریس  $A = \begin{bmatrix} m & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  وارون پذیر نباشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

۱۲۴ اگر ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  که  $a_{ij} = \begin{cases} i-1 & i=j \\ i-j & i>j \\ j-i & i<j \end{cases}$  باشد:  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$   
 الف) حاصل ماتریس  $A \times B$  را به دست آورید.  
 ب) دترمینان ماتریس  $B$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

۱۲۵ مقدار  $m$  را چنان بیابید که دستگاه  $\begin{cases} mx + 3y = -3 \\ 4x + (m+4)y = 2 \end{cases}$  جواب نداشته باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۱۲۶ اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $|A^3|$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۱۲۷

جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی  $A$  وارون‌پذیر باشد، آن است که دترمینان ماتریس  $A$  ..... باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

سوال ۳۸

## فصل ۲-درس ۱

۱۲۸

نقطه  $A$  و خط  $d$  در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای را بیابید که از  $A$  به فاصله ۲ سانتی‌متر و از خط  $d$  به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد. بحث کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۱۲۹

نقاط  $A, B, C$  و  $D$  در صفحه مفروض‌اند، نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله و از  $C$  و  $D$  نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۳۰

پاسخ صحیح را از میان کلمات داخل پرانتز انتخاب کنید و بنویسید.  
الف) اگر صفحه‌ای موازی با مولد یک سطح مخروطی، از رأس آن عبور نکند، آنگاه فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک ..... است. (هذلولی - سهمی)ب) دو بردار غیرصفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ..... هستند؛ اگر و فقط اگر  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  (بر هم عمود - با هم موازی)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۳۱

نقاط  $A, B, C$  و  $D$  در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله و از  $C$  و  $D$  نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۳۲

دو نقطه  $A$  و  $B$  و خط  $d$  که شامل هیچ‌یک نیست در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله بوده و از  $d$  به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد (بحث کنید).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۳۳

دو نقطه  $A$  و  $B$  و خط  $d$  که شامل هیچ‌یک نیست در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله بوده و از  $d$  به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد (بحث کنید).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۳۴

برای هریک از عبارتهای الف و ب مورد مناسب را از بین کلمات (سهمی - بیضی - نقطه) انتخاب کرده و بنویسید. (یک مورد اضافی است).

الف) فصل مشترک یک صفحه و یک سطح مخروطی در حالتی که صفحه بر محور سطح مخروطی عمود بوده و از رأس آن بگذرد.

ب) مکان هندسی نقاطی از یک صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۱۳۵

نقطه  $A$  و خط  $d$  در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از  $A$  به فاصله ۲ سانتی‌متر و از خط  $d$  به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد. (درباره تعداد جواب‌های مسأله بحث کنید).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۱۳۶

جای خالی را کامل کنید.

هر گاه دو خط  $d$  و  $a$  موازی باشند، از دوران  $d$  حول  $a$  سطحی ایجاد می‌شود که آن را یک سطح ..... می‌نامیم.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۳۷) نقاط A و B و C در یک صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از نقاط A و B به یک فاصله بوده و از نقطه C به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد (در مورد تعداد جواب‌های ممکن بحث کنید).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۳۸) دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروضند، نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۱۳۹) نقطه A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله ۳ سانتی‌متر و از d به فاصله ۴ سانتی‌متر باشد. (در مورد حالت‌های مختلف جواب بحث کنید).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۱۴۰) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر  $A_{n \times n}$  ماتریس دلخواه  $I_n$  ماتریس همانی و  $A^T - A = I$  باشد، وارون ماتریس A، برابر  $(I - A)$  است.

ب) مکان هندسی مرکزی همه دایره‌های با شعاع ثابت r که بر دایره  $C(O, r)$  در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره  $C'(O, 2r)$  است.

پ) بردار  $\vec{a} = \left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ ، یک بردار یکه است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۱۴۱) نقاط A، B، C و D در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۱۴۲) جای خالی را با واژه مناسب کامل کنید.

اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد آن موازی نباشد و از رأس عبور نکند، آنگاه سطح مقطع حاصل یک ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۱۴۳) مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله‌اند، ..... آن زاویه است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۱۴۴) هرگاه دو خط d و a موازی باشند، از دوران d حول a سطحی ایجاد می‌شود. اگر صفحه P بر خط a عمود باشد، سطح مقطع صفحه P و سطح ایجاد شده بیضی است. (درست - نادرست)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۱۴۵) سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست - نادرست)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۱۴۶) دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۱۴۷) اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد موازی نباشد و فقط یکی از دو نیمه سطح مخروطی را قطع کند، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۱۴۸

درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در صورت نادرستی، شکل صحیح عبارت را بنویسید.  
- اگر صفحه P به گونه‌ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۱۴۹

نقاط  $A, B, C$  در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله و از  $C$  به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد (بحث کنید).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۱۵۰

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

(الف) هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعداد سطر و ستون ..... نامیده می‌شود.  
(ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی ..... داشته باشند و هم‌چنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.  
(پ) اگر مجموع فواصل نقطه  $A$  از دو کانون بیضی بیش‌تر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه  $A$  در ..... بیضی است.  
(ت) اگر برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  داشته باشیم:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ ، در این صورت زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۵۱

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

(الف) اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $2 \times 2$  باشند آن‌گاه:  $|AB| = |A| |B|$   
(ب) در حالتی که صفحه‌ی  $P$  بر محور سطح مخروطی (ل) عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.  
(پ) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد بیضی تبدیل به یک پاره‌خط می‌شود.  
(ت) نقطه با مختصات  $(-4, 3, -2)$  در ناحیه (کنج) شماره ۵ محورهای مختصات سه بعدی واقع است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۵۲

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

(الف) اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $3 \times 3$  دلخواه باشند آن‌گاه عبارت  $(A + B)^T = A^T + 2AB + B^T$  همواره برقرار است.  
(ب) اگر صفحه‌ی  $P$  به گونه‌ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه  $P$  و سطح مخروطی یک هذلولی است.  
(پ) نقطه  $(3, -2)$  روی دایره  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  قرار دارد.  
(ت) برای سه بردار  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  به طول‌های واحد روی محورهای مختصات در  $R^3$ ، داریم:  $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۵۳

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

(الف) ماتریس مربعی که همه درایه‌های غیر واقع بر قطراصلی آن صفر باشند را ماتریس ..... گویند.  
(ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی ..... داشته باشند و هم‌چنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.  
(پ) در حالتی که  $\frac{c}{a} = 1$  بیضی به یک ..... تبدیل می‌شود.  
(ت) بردار  $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}$  در فضا سه بعدی بر صفحه‌ی مختصات سه بعدی ..... منطبق است.  
(  $xOz, yOz, xOy$  )

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۵۴

جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند را ..... می‌نامیم.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

۱۵۵

درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
در حالتی که صفحه‌ی P بر محور سطح مخروطی (l) عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

۱۵۶

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

(الف) اگر ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & f \\ 0 & a & 0 \\ e & c & b \end{bmatrix}$  اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر ..... است.

(ب) اگر صفحه‌ی P با مولد (d) موازی باشد و از رأس سطح مخروطی عبور کند، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک ..... است.

(پ) در بیضی، در حالتی که  $\frac{c}{a} = 0$  بیضی به ..... تبدیل می‌شود.

(ت) در فضای  $R^3$ ، نقطه  $(-3, 2, -5)$  در ناحیه (کنج) ..... دستگاه مختصات قرار دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۵۷

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

(الف) اگر A و B دو ماتریس هم مرتبه و یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و  $rA = rB$  آن گاه داریم:  
 $A = B$

(ب) مکان هندسی مرکزهای دایره‌هایی در صفحه که بر خط d در نقطه‌ی ثابت A مماس‌اند، یک نیم‌خط عمود بر خط d در نقطه‌ی A است.

(پ) در یک سهمی، هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از کانون سهمی خواهد گذشت.

(ت) اگر زاویه بین دو بردار مخالف صفر، منفرجه باشد، آن گاه ضرب داخلی آن‌ها یک عدد حقیقی مثبت است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۵۸

جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

(الف) در ماتریس قطری  $A = \begin{bmatrix} 3 & & \\ & 1 & \\ m & & 4 \end{bmatrix}$  مقدار m برابر ..... است.

(ب) اگر A یک ماتریس  $3 \times 3$  و  $|A| = 5$  باشد آن گاه  $\left| \frac{1}{2}A \right|$  برابر ..... است.

(پ) اگر طول قطر بزرگ بیضی دو برابر فاصله کانونی آن باشد، خروج از مرکز بیضی برابر ..... است.

(ت) سهمی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک ..... ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۵۹

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

(الف) در دستگاه  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + by = c \end{cases}$ ، اگر  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  باشد، دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.

(ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی مشترک داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

(پ) هرگاه صفحه‌ی P بر محور سطح مخروطی عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل یک دایره است.

(ت) رابطه  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 10 = 0$  معادله‌ی یک دایره است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۱۶۰

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

(الف) در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی دارد.

(ب) اگر  $A$  یک ماتریس  $3 \times 3$  و  $|A| = 2$  باشد آن‌گاه  $|2A| = 16$  است.

(پ) مکان هندسی مرکز همه دایره‌هایی با شعاع ثابت  $r$  که بر دایره‌ی  $C(O, r)$  در صفحه این دایره مماس خارج‌اند، دایره  $C'(O, 2r)$  است.

(ت) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد بیضی تبدیل به یک دایره می‌شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۶۱

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

(الف) اگر  $A = \begin{bmatrix} a & \wedge \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$  وارون‌پذیر نباشد، مقدار  $a$  برابر ..... است.

(ب) اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه‌های روی قطر اصلی با هم برابر باشند آن‌را یک ماتریس ..... می‌نامیم.

(پ) اگر مجموع فواصل نقطه  $A$  از دو کانون بیضی بیش‌تر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه  $A$  در ..... بیضی است.

(ت) هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از ..... خواهد گذشت.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۶۲

درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

در حالتی که صفحه‌ی  $P$  بر محور سطح مخروطی ( $l$ ) عمود نباشد و با مولد آن ( $d$ ) نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک بیضی خواهد بود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۱۶۳

جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آنها یک ..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۱۶۴

نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله و از  $C$  به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد. (بحث کنید)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۱۶۵

نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله و از نقطه  $C$  به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد (بحث کنید).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

سوال ۵۸

## فصل ۲-درس ۲

۱۶۶ وضعیت دو دایره  $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$  و  $C': (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$  را نسبت به هم مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۱۶۷ در نقطه  $A(-1, 0)$  روی دایره  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 20$  مماسی بر آن رسم کرده‌ایم. معادله این خط مماس را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۶۸ در نقطه  $A(-1, 0)$  روی دایره  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 20$  مماسی بر آن رسم کرده‌ایم. معادله این خط مماس را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۶۹) معادله دایره‌ای را بنویسید که  $O(1, -1)$  مرکز آن بوده و روی خط به معادله  $4x - 3y = 2$  وتری به طول ۶ جدا کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۱۷۰) وضعیت خط به معادله  $x + y = 4$  و دایره به معادله  $x^2 + y^2 = 4$  را نسبت به هم مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۷۱) مقدار  $m$  را چنان تعیین کنید که دایره به معادله  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + m = 0$  با دایره به مرکز  $O(2, -3)$  و شعاع ۳ مماس بیرون باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۱۷۲) معادله دایره‌ای را بنویسید که خط‌های  $x + y = 1$  و  $x - y = 3$  شامل قطرهایی از آن باشند و روی خط به معادله  $x + y = 2$  وتری به طول  $2\sqrt{2}$  ایجاد می‌کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۱۷۳) وضعیت خط  $x + y = 3$  و دایره  $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$  را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۱۷۴) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن  $O(0, 1)$  بوده و با دایره  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$  مماس داخل باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۱۷۵) مقدار  $c$  را چنان بیابید که دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 2y + c = 0$  بر دایره  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$  مماس بیرون باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۱۷۶) در دایره به معادله ضمنی  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  با استفاده از روش مربع کامل، ثابت کنید شعاع دایره برابر با  $r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۱۷۷) معادله دایره‌ای را بنویسید که  $O(2, -1)$  مرکز آن بوده و از خط  $3x - 4y + 10 = 0$  وتری به طول ۶ جدا کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۱۷۸) کدامیک از نقاط زیر روی محیط دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  قرار دارد؟

۱)  $(0, 0)$       ۲)  $(1, 0)$       ۳)  $(0, -1)$       ۴)  $(-1, 0)$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

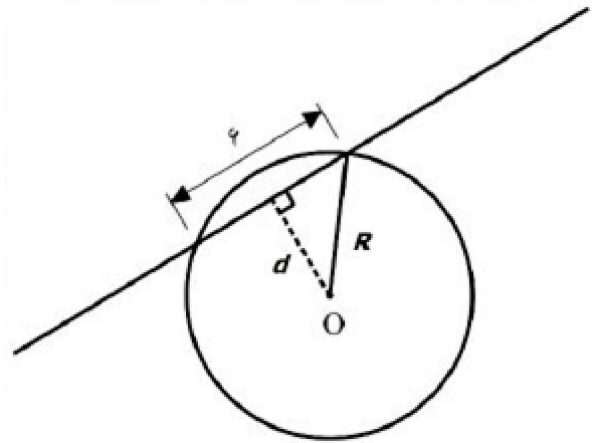
۱۷۹) معادله گسترده دایره  $C(O, R)$  به شکل  $x^2 + y^2 + 2y - 4x - 4 = 0$  است.  
الف) مختصات مرکز و شعاع دایره  $C$  را محاسبه کنید.  
ب) آیا نقطه  $A(0, 3)$  روی محیط دایره  $C$  قرار دارد؟ چرا؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۱۸۰) معادله دایره‌ای را بنویسید که  $O(0, 1)$  مرکز آن بوده و روی خط به معادله  $x + y = 2$  وتری به طول  $2\sqrt{2}$  جدا کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۱۸۱) مرکز دایره‌ای، نقطه  $O(2, -3)$  است. این دایره روی خط  $3x - 4y + 2 = 0$  و تری به طول ۶ جدا می‌کند. معادله دایره را بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۱۸۲) معادله دایره‌ای را بنویسید که  $O(-1, -1)$  مرکز آن بوده و روی خط  $2x + y = 2$  و تری به طول ۴ ایجاد کند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۱۸۳) وضعیت دو دایره به معادلات  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$  و  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  را نسبت به هم مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۱۸۴) معادله دایره‌ای را بنویسید که نقطه  $O(-1, 2)$  مرکز آن بوده و بر خط  $4x - 3y + 5 = 0$  مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

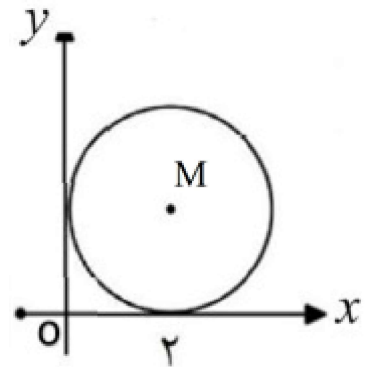
۱۸۵) معادله دایره‌ای را بنویسید که نقاط  $A(1, 3)$ ،  $B(3, -1)$  دو سر قطر آن باشند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۸۶) معادله دایره‌ای را بنویسید که نقاط  $A(1, 3)$ ،  $B(3, -1)$  دو سر قطر آن باشند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۱۸۷) در شکل زیر، دایره  $C(M, R)$  بر محورهای مختصات مماس است.



مختصات مرکز و اندازه شعاع دایره را بیابید و سپس معادله ضمنی دایره را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۱۸۸) وضعیت دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 6x + 12y + 20 = 0$  نسبت به دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۳ واحد را مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۱۸۹) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن  $O(0, 1)$  بوده و روی خط  $3x + 4y + 6 = 0$  وترى به طول  $2\sqrt{5}$  جدا کند. سپس محل تلاقی آن دایره با محور  $y$ ها را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۱۹۰) وضعیت دو دایره به معادلات  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$  و  $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 6 = 0$  را نسبت به هم تعیین کنید. (با ارائه راه‌حل)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۱۹۱) معادله دایره‌ای را بنویسید که  $O(1, 0)$  مرکز آن بوده و بر خط  $x = -3$  مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۱۹۲) مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت یک، که بر دایره  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$  مماس خارج باشند، دایره‌ای به مرکز  $O(1, -2)$  و شعاع ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۱۹۳) حدود  $a$  را طوری به دست آورید که  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + a = 0$  معادله یک دایره باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۱۹۴) وضعیت خط  $x + y = 1$  و دایره  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$  را نسبت به هم مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۱۹۵) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه  $O(1, -1)$  و بر خط  $3x - 4y + 3 = 0$  مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۱۹۶) عبارت زیر را کامل کنید.

- نقطه  $A(1, -2)$  در ..... دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$  قرار دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۱۹۷) معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن  $(1, 4)$  و بر خط  $3x + 4y = -1$  مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۱۹۸) معادله دایره‌ای بنویسید که مرکز آن  $(0, 3)$  و بر خط  $3x - 4y = 3$  مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۱۹۹) در نقطه  $A(2, 3)$  روی دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$  مماسی بر دایره رسم کرده‌ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۲۰۰) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن  $O(2, 3)$  بوده و  $M(1, 1)$  یک نقطه از آن باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۲۰۱) درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $3 \times 3$  دلخواه باشند آنگاه عبارت  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$  همواره برقرار است.

ب) اگر صفحه  $P$  به گونه‌ای باشد که هر دو تکه‌ی بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد، در این صورت فصل مشترک صفحه  $P$  و سطح مخروطی یک هذلولی است.

پ) نقطه  $(-2, 3)$  روی دایره  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  قرار دارد.

ت) برای سه بردار  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  به طول‌های واحد روی محورهای مختصات در  $R^3$  داریم:  $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۲۰۲) در نقطه  $A(2, 3)$  روی دایره  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$  مماسی بر آن رسم کرده‌ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۲۰۳) وضعیت خط  $x + y = 3$  و دایره  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  را نسبت به هم مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۲۰۴) وضعیت دایره  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$  با دایره‌ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع یک را نسبت به هم مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۲۰۵) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن  $O(2, 1)$  بوده و بر خط  $3x + 4y = -5$  مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۲۰۶) درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

معادله ضمنی  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  معادله یک دایره است اگر و تنها اگر  $a^2 + b^2 < 4c$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۲۰۷) در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

- شعاع دایره‌ای به معادله  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۲۰۸) اگر معادله دایره به شکل  $(x + 1)^2 + y^2 = 4$  باشد:

الف) مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بنویسید.

ب) مختصات تقاطع دایره با محور  $x$ ها را پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۲۰۹) وضعیت دو دایره  $x^2 + y^2 = 1$  و  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$  را نسبت به هم مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۲۱۰) معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط  $x + y = 1$  و  $x - y = 3$  شامل قطرهایی از آن بوده و خط  $4x + 3y = -5$  بر آن مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۲۱۱) معادله دایره‌ای را بنویسید که  $O(3, 1)$  مرکز آن بوده و بر خط به معادله  $4x + 3y + 5 = 0$  مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۲۱۲) معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که بر خط  $3x + 4y = 1$  مماس بوده و مرکز آن  $(1, 2)$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۲۱۳) وضعیت خط  $x - y - 1 = 0$  و دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$  را نسبت به هم مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۲۱۴) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن  $O(0, 1)$  باشد و با دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 16 = 0$  مماس داخل باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۲۱۵) وضعیت نقطه  $A(1, -2)$  نسبت به دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$  را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۲۱۶) وضعیت دایره‌ی  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$  و خط  $y = -1$  را نسبت به هم مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۲۱۷) وضعیت خط  $3x + y = 0$  را نسبت به دایره  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$  مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۲۱۸) معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن  $O(2, -2)$  بوده و بر دایره به معادله  $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 4$  مماس خارج باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۲۱۹) وضعیت خط  $x + y = 3$  را نسبت به دایره  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

۲۲۰) وضعیت خط  $x + y = 2$  و دایره  $x^2 + y^2 = 2$  را نسبت به هم مشخص کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

۲۲۱) معادله‌ی دایره‌ای را بنویسید که نقطه‌ی  $O(-2, 3)$  مرکز آن و  $M(1, -1)$  یک نقطه از آن باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

۲۲۲) در نقطه  $A(2, 3)$  روی دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$  مماسی رسم کرده‌ایم، معادله این خط مماس را به دست آورید.

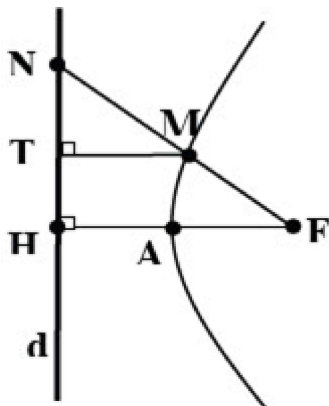
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۲۲۳) معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط  $x + y = 1$  و  $x - y = 3$  شامل قطرهایی از آن بوده و خط  $4x + 3y = -5$  بر آن مماس باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

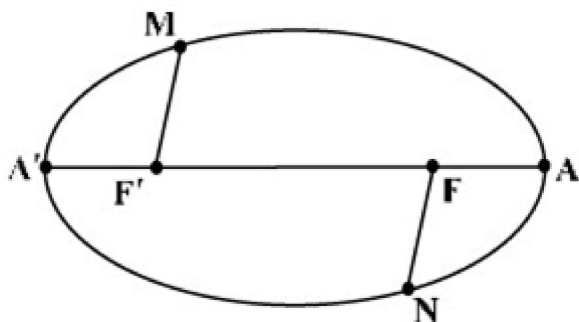
در شکل روبرو سهمی با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است، از کانون F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا خط d را در N قطع کند و از نقطه M، MT را بر d عمود کرده‌ایم.

ثابت کنید:  $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$



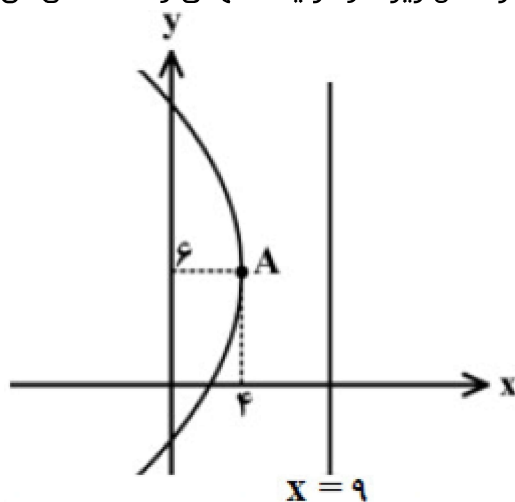
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

در شکل مقابل دو نقطه M و N روی بیضی و کانون‌های F و F' مشخص شده‌اند. با فرض  $MF' = NF$ ، نشان دهید MF موازی NF' است.



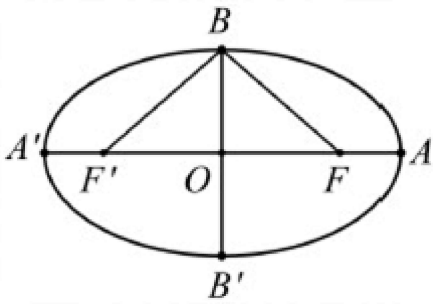
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

در شکل زیر نمودار یک سهمی و خط هادی آن رسم شده است. مختصات کانون و معادله سهمی را بنویسید.



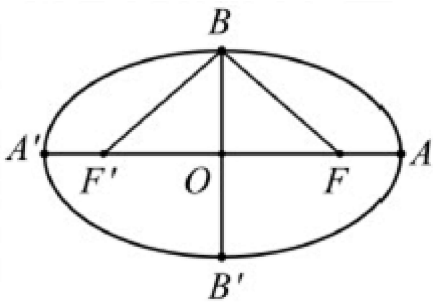
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۲۷ در بیضی مقابل با کانون‌های  $F'$ ,  $F$ ، طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه  $\widehat{OFB}$  را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۲۲۸ در بیضی مقابل با کانون‌های  $F'$ ,  $F$ ، طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه  $\widehat{OFB}$  را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

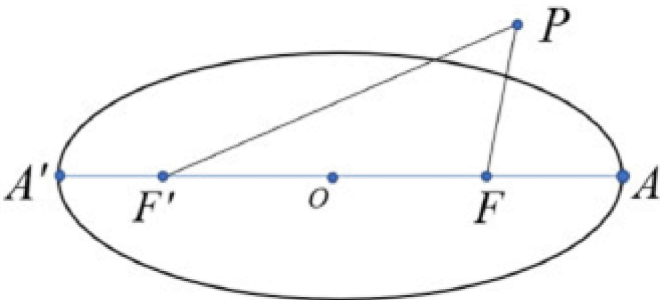
۲۲۹ سهمی به معادله  $y^2 - 4x = 4y$  داده شده است. مختصات رأس و کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۳۰ سهمی به معادله  $y^2 = -2x - 4y$  مفروض است. الف) معادله متعارف (استاندارد) سهمی را بنویسید. ب) مختصات رأس و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۳۱ نقطه P بیرون بیضی با قطر بزرگ  $AA' = 2a$  و کانون‌های F و  $F'$  مفروض است. ثابت کنید:  $PF + PF' > 2a$  (رسم شکل در پاسخ‌برگ الزامی است).



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

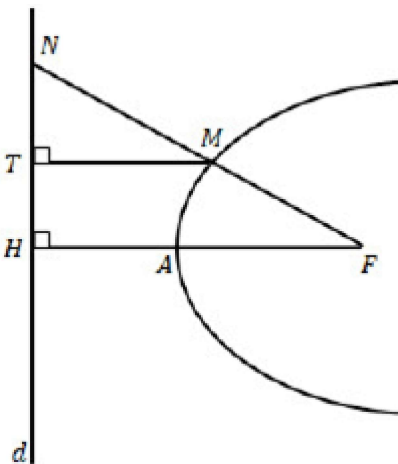
۲۳۲ یک شعاع نورانی در امتداد خط  $x = 4$  بر سهمی  $x^2 = 8y$  می‌تابد. معادله خط بازتاب را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۳۳

در شکل مقابل، سهمی با رأس  $A$  و کانون  $F$  و خط هادی  $d$  رسم شده است. از  $F$  به نقطه دلخواه  $M$  روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا  $d$  را در نقطه  $N$  قطع کند و از نقطه  $M$ ،  $MT$  را بر  $d$  عمود کرده‌ایم.

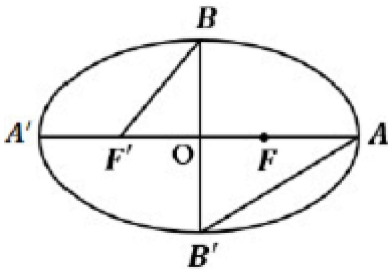
ثابت کنید:  $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۲۳۴

در بیضی مقابل، خروج از مرکز برابر  $\frac{4}{5}$  است. نسبت مساحت مثلث  $OBF'$  به مساحت مثلث  $OAB'$  را بیابید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۲۳۵

سهمی با رأس  $A(1, 2)$  و کانون  $F'(1, -2)$  مفروض است. معادله سهمی و خط هادی آن را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۲۳۶

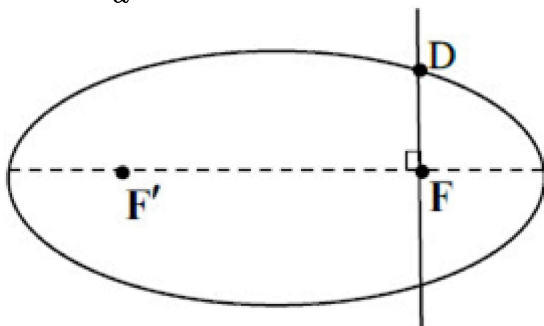
در یک بیضی مختصات کانون‌ها  $F(4, 0)$  و  $F'(-2, 0)$  و طول قطر بزرگ برابر با ۱۰ است. اگر نقطه  $P(1, m)$  روی این بیضی قرار داشته باشد، مقدار  $m$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۳۷

بیضی با قطر بزرگ  $2a$ ، قطر کوچک  $2b$  و کانون‌های  $F$  و  $F'$  مطابق شکل روبه‌رو مفروض است. اگر خطی در کانون  $F$  بر قطر کانونی عمود باشد و بیضی را در نقطه  $D$  قطع کند، ثابت کنید:

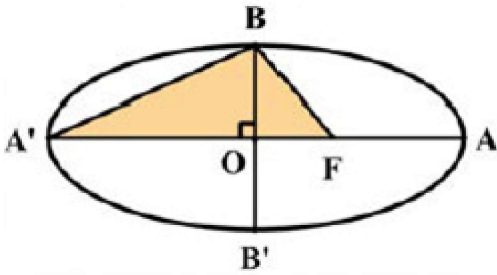
$$DF = \frac{b^2}{a}$$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۳۸

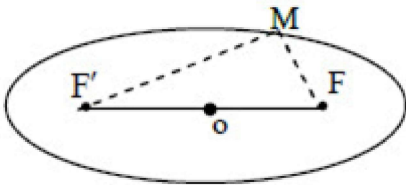
اگر طول قطر بزرگ  $AA'$  و قطر کوچک  $BB'$  بیضی مقابل به ترتیب ۱۰ و ۸ باشد:  
 الف) مقدار  $A'F$  را به دست آورید. (F کانون بیضی است)  
 ب) مساحت مثلث هاشورخورده  $(BF'A')$  چقدر است؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۲۳۹

نقطه M روی بیضی به اقطار ۱۰ و ۶ واحد به گونه‌ای قرار دارد، که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است.  
 الف) نشان دهید مثلث  $MFF'$  قائم‌الزاویه است.  
 ب) طول MF را به دست آورید.  
 (F, F' کانون‌های بیضی هستند و  $MF < MF'$ ).



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۲۴۰

کانون‌های یک بیضی نقاط  $(۱, ۳)$  و  $(۱, -۵)$  است.  
 الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید.  
 ب) اگر  $a = ۶$  باشد، اندازه‌ی قطر کوچک را پیدا کنید. (a اندازه نصف قطر بزرگ بیضی است).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۲۴۱

اگر نقطه ی  $A(۲, ۳)$  رأس سهمی و  $y = ۷$  معادله‌ی خط هادی سهمی باشد:  
 الف) معادله سهمی را به دست آورید.  
 ب) مختصات کانون سهمی را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

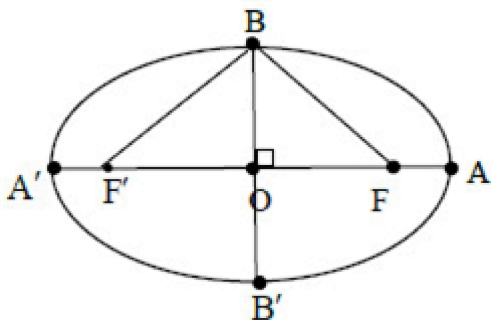
۲۴۲

در یک دیش مخابراتی به شکل سهموی با دهانه دایره‌ای به قطر ۶۰ واحد و گودی (عمق) ۹ واحد مفروض است فاصله کانونی این دیش را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

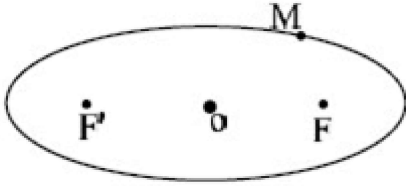
۲۴۳

در شکل مقابل اگر  $OA = a$ ,  $OB = b$ ,  $OF = c$  باشد، ثابت کنید:  $a^2 = b^2 + c^2$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۲۴۴ در شکل مقابل نقطه M روی بیضی و کانون‌های F و F' مشخص شده‌اند. خط d را به گونه‌ای رسم کنید که در نقطه M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه‌ی F' خط موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه‌ای مانند N قطع کند. ثابت کنید:  $NF' = MF'$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

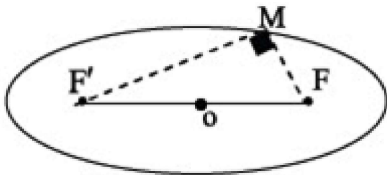
۲۴۵ الف) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی  $x^2 - 4y + 8x = 0$  را به دست آورید. ب) نمودار سهمی را با استفاده از نقاط کمکی رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۲۴۶ سهمی  $y^2 = 4x - 4$  مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳ واحد دایره‌ای رسم می‌کنیم، معادله دایره را بنویسید و سپس مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.

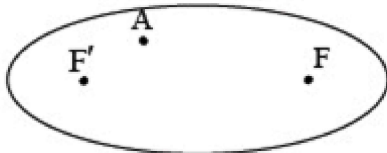
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۲۴۷ نقطه M روی بیضی به اقطار ۶ و ۱۰ واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. در صورتی که بدانیم مثلث MFF' قائم‌الزاویه است، طول MF را به دست آورید. (F و F' کانون‌های بیضی هستند).



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۲۴۸ در شکل مقابل نقطه A داخل بیضی و نقاط F و F' کانون‌های بیضی‌اند. ثابت کنید مجموع فواصل نقطه A از F و F' کوچکتر از قطر بزرگ بیضی است.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

۲۴۹ در یک بیضی با طول قطرهای ۶ و ۸ سانتی‌متر، فاصله کانونی چند سانتی‌متر است؟

- ۱)  $\frac{\sqrt{7}}{2}$       ۲)  $\sqrt{7}$       ۳)  $2\sqrt{7}$       ۴)  $4\sqrt{7}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۵۰ معادله محور سهمی  $(x - 2)^2 = 4(y + 2)$  کدام است؟

- ۱)  $x = 2$       ۲)  $y = 2$       ۳)  $x = -2$       ۴)  $y = -2$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۵۱ درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

- الف) هر ماتریس مربعی یک ماتریس اسکالر است.  
 ب) هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک‌تر شود، شکل بیضی به دایره نزدیک‌تر می‌شود.  
 پ) برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$ ، تساوی  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$  همواره برقرار است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۲۵۲ مختصات کانون و معادله سهمی به رأس  $A(-2, 5)$  و خط هادی  $x = 3$  را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۲۵۳ مختصات کانون و معادله سهمی به رأس  $A(-2, 5)$  و خط هادی  $x = 3$  را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۲۵۴ پاسخ هر یک از عبارتهای ستون A را از ستون B انتخاب کنید (یکی از اعداد ستون B اضافه است).

B	A
۳	الف) مقدار $m$ در دایره $x^2 + y^2 - my = 3$ در صورتی که مرکز دایره $(0, 1)$ باشد.
۲	ب) مقدار فاصله کانونی یک بیضی با قطر کانونی ۶ که دارای خروج از مرکز $\frac{1}{2}$ است.
۱	

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۲۵۵ پاسخ هر یک از عبارتهای ستون A را از ستون B انتخاب کنید (یکی از اعداد ستون B اضافه است).

B	A
۳	
۲	
۱	

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۲۵۶ در بیضی فاصله یک کانون از نزدیکترین رأس برابر ۲ و اندازه قطر کوچک بیضی برابر ۸ است. مقدار خروج از مرکز بیضی را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۵۷ نقطه دلخواه M روی سهمی مفروض است. ثابت کنید هر دایره به مرکز M که از کانون سهمی بگذرد، بر خط هادی سهمی مماس است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۲۵۸ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
نقطه دلخواه M در صفحه بیضی مفروض است. اگر مجموع فاصلههای نقطه مورد نظر از دو کانون بیضی، بیشتر از اندازه قطر بزرگ بیضی باشد، آنگاه نقطه M در درون بیضی قرار دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

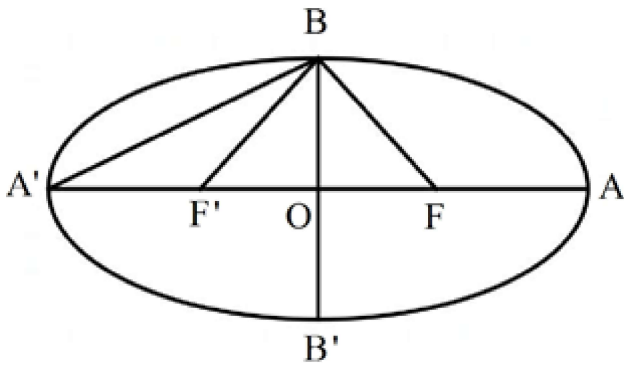
۲۵۹ خروج از مرکز یک بیضی با اندازه قطرهای ۴ و ۶ را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۲۶۰ معادله سهمی را بنویسید که خط هادی آن  $y = -2$  و کانون آن  $F(1, -4)$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۶۱) یک بیضی به مرکز O و کانون‌های F و  $F'$  مطابق شکل روبه‌رو مفروض است. اگر  $S_{\triangle FBF'} = S_{\triangle BAO}$  باشد، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۶۲) دایره‌هایی که مرکز آنها روی سهمی به معادله  $(y - 1)^2 = -8(x + 1)$  واقع است و از کانون سهمی می‌گذرند، بر خط به معادله ..... مماس هستند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۶۳) نقاط  $B(-1, 2)$  و  $B'(-1, -2)$  دو سر قطر کوچک یک بیضی با فاصله کانونی  $2\sqrt{3}$  واحد است. طول قطر بزرگ بیضی را بیابید.

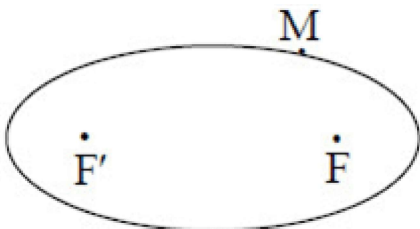
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۲۶۴) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

در هر سهمی، هر شعاع نوری که از کانون آن به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن موازی با محور سهمی باز خواهد گشت.

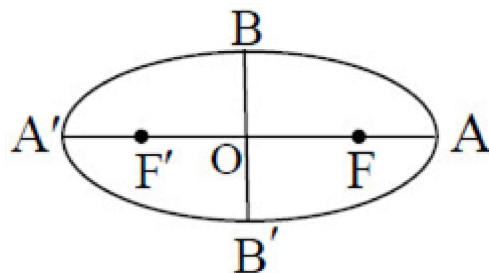
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۲۶۵) در شکل مقابل، نقطه M روی بیضی با کانون‌های F و  $F'$  مشخص شده است. خط d را به گونه‌ای رسم کنید که در نقطه M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه  $F'$  خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه‌ای مانند N قطع کند. ثابت کنید  $NF' = MF'$ .



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۲۶۶) در یک بیضی با کانون‌های F و  $F'$ ، طول قطر کوچک نصف طول قطر بزرگ است. اندازه زاویه  $\widehat{F'BF}$  را به دست آورید.



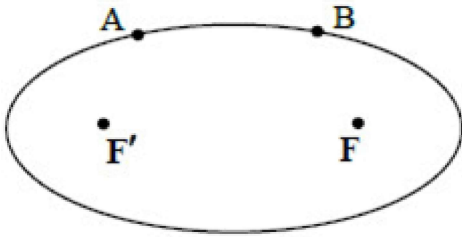
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۲۶۷) معادله سهمی با کانون  $F(1, 2)$  و خط هادی  $x = -3$  را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۲۶۸

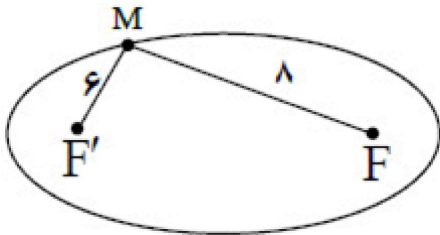
در شکل روبه‌رو دو نقطه A و B روی بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارند. اگر  $AF' = BF$  و همچنین AF و BF' یکدیگر را درون بیضی در نقطه‌ای مانند M قطع کنند، نشان دهید: مثلث FMF' متساوی‌الساقین است و M روی قطر کوچک بیضی قرار دارد.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۲۶۹

در شکل روبه‌رو نقطه M روی بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارد، به طوری که  $MF = ۸$  و  $MF' = ۶$ . اگر خروج از مرکز بیضی  $\frac{۶}{۷}$  باشد، اندازه نصف قطر کوچک بیضی را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۲۷۰

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
بیضی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۲۷۱

اگر اندازه گودی (عمق) یک دیش مخابراتی دو برابر شود، فاصله کانونی این دیش چه تغییری می‌کند؟ (با ارائه راه‌حل)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۲۷۲

معادله سهمی را بنویسید که  $F(-۳, ۲)$  مختصات کانون و معادله خط هادی آن  $x = ۱$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۷۳

مختصات نقاط برخورد سهمی  $y^2 + ۷x + ۵ = ۰$  و دایره  $x^2 + y^2 = ۲۵$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۲۷۴

الف) معادله سهمی را بنویسید که رأس آن  $A(۲, ۳)$  بوده و معادله خط هادی آن  $x = ۳$  باشد.  
ب) مختصات کانون سهمی را بیابید.  
پ) مختصات نقطه برخورد سهمی با محور طولها را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

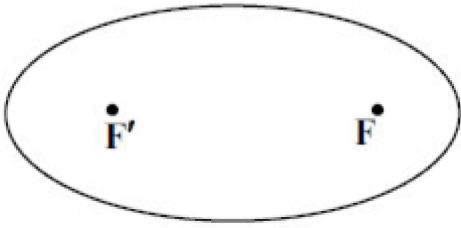
۲۷۵

اگر در یک بیضی طول  $AA'$  (قطر بزرگ) برابر با ۱۶ و خروج از مرکز  $\frac{۳}{۴}$  باشد، فاصله رأس A تا نزدیک‌ترین کانون را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

اگر M نقطه‌ای بیرون بیضی باشد، ثابت کنید مجموع فواصل نقطه M از کانونهای F و F' بزرگتر از طول قطر بزرگ بیضی است.

M•



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

در یک بیضی افقی به مرکز مبدأ مختصات طول قطرهای برابر ۱۰ و ۶ است، الف) خروج از مرکز بیضی را بیابید.

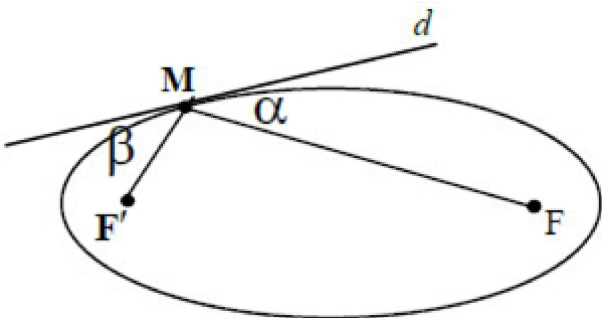
ب) مختصات کانونها (F', F)، مختصات دوسر قطر بزرگ (A', A) و دوسر قطر کوچک (B', B) را به دست آورید. پ) بیضی را روی محور مختصات رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. - خروج از مرکز بیضی با قطر بزرگ ۸ و فاصله کانونی ۶ برابر ..... است.

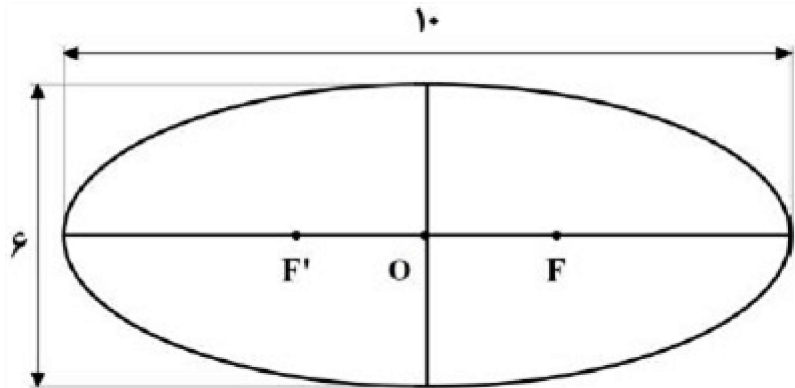
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در صورت نادرستی، شکل صحیح عبارت را بنویسید. - در شکل روبرو اگر خط d در نقطه M بر بیضی مماس باشد، زاویه  $\widehat{F'MF}$  باشد آنگاه اندازه زاویه  $\alpha = \beta = 60^\circ$  است.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

در بیضی زیر فاصله کانونی را محاسبه کنید. (F و F' کانونهای بیضی هستند).



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

الف) معادله متعارف و فاصله کانونی سهمی به معادله  $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$  را بیابید. ب) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۲۸۲

عبارت زیر را کامل کنید.

- اگر در بیضی خروج از مرکز به عدد صفر نزدیک شود کشیدگی بیضی کمتر شده و بیضی به ..... نزدیکتر می شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۲۸۳

سهمی  $y^2 = 2x + 4y$  را در نظر بگیرید.

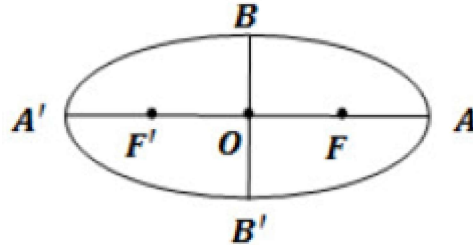
الف) مختصات رأس، کانون و خط هادی سهمی را به دست آورید.

ب) نقاط برخورد سهمی با محورهای مختصات را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۲۸۴

در بیضی روبه‌رو:  $OF = OF' = c, OB = OB' = b, OA = OA' = a$

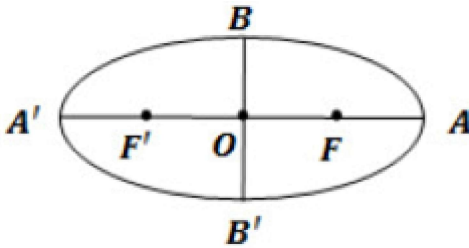


ثابت کنید:  $b^2 + c^2 = a^2$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۲۸۵

اگر در بیضی طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک باشد، اندازه زاویه  $\widehat{F'BF}$  چند درجه است؟



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۲۸۶

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعداد سطر و ستون ..... نامیده می شود.

ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی ..... داشته باشند و

همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

پ) اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیش‌تر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه A در ..... بیضی است.

ت) اگر برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  داشته باشیم:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ ، در این صورت زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر

..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۲۸۷

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر A و B دو ماتریس  $2 \times 2$  باشند آن‌گاه:  $|AB| = |A| |B|$

ب) در حالتی که صفحه‌ی P بر محور سطح مخروطی (l) عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.

پ) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد بیضی تبدیل به یک پاره خط می شود.

ت) نقطه با مختصات  $(-2, 3, -4)$  در ناحیه (کنج) شماره ۵ محورهای مختصات سه بعدی واقع است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۲۸۸

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

(الف) ماتریس مربعی که همه درایه‌های غیر واقع بر قطراصلی آن صفر باشند را ماتریس ..... گویند.

(ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی ..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

(پ) در حالتی که  $\frac{c}{a} = 1$  بیضی به یک ..... تبدیل می‌شود.

(ت) بردار  $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}$  در فضا سه بعدی بر صفحه‌ی مختصات سه بعدی ..... منطبق است.

( xoz, yoz, xoy )

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۲۸۹

سهمی به معادله‌ی  $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$  را در نظر بگیرید:

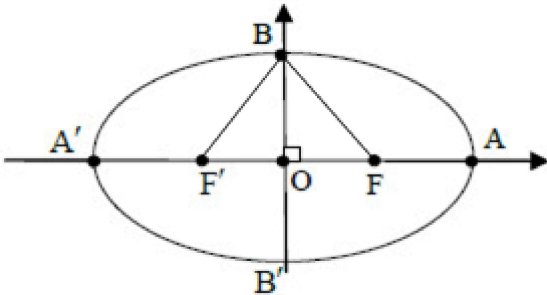
(الف) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.

(ب) نمودار سهمی را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۲۹۰

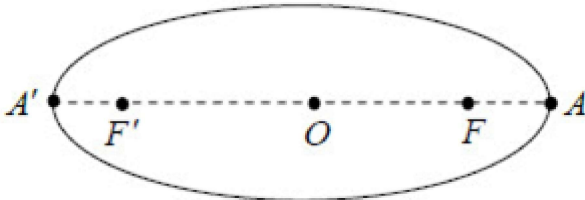
در بیضی مقابل، طول قطر کوچک  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  طول قطر بزرگ است. اندازه زاویه  $F'BF$  را به دست آورید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۲۹۱

در بیضی روبه‌رو نقاط  $A, A'$  دو سر قطر بزرگ و نقاط  $F, F'$  کانون‌های بیضی هستند ثابت کنید:  $A'F' = AF$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۲۹۲

در یک بیضی افقی، طول قطر بزرگ ۶ و قطر کوچک ۴ واحد است. اگر مرکز این بیضی نقطه‌ای با مختصات  $(4, 5)$  باشد:

(الف) فاصله کانونی بیضی را پیدا کنید.

(ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۲۹۳

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

(الف) اگر ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & f \\ 0 & a & 0 \\ e & c & b \end{bmatrix}$  اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر ..... است.

(ب) اگر صفحه‌ی P با مولد (d) موازی باشد و از رأس سطح مخروطی عبور کند، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک ..... است.

(پ) در بیضی، در حالتی که  $\frac{c}{a} = 0$  بیضی به ..... تبدیل می‌شود.

(ت) در فضای  $R^3$ ، نقطه  $(-3, 2, -5)$  در ناحیه (کنج) ..... دستگاه مختصات قرار دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۲۹۴

درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر یک باشد بیضی تبدیل به یک پاره خط می شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۲۹۵

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.  
الف) اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس هم مرتبه و  $r$  یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و  $rA = rB$  آن گاه داریم:  
 $A = B$   
ب) مکان هندسی مرکزهای همه دایره‌هایی در صفحه که بر خط  $d$  در نقطه‌ی ثابت  $A$  مماس‌اند، یک نیم خط عمود بر خط  $d$  در نقطه‌ی  $A$  است.  
پ) در یک سهمی، هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از کانون سهمی خواهد گذشت.  
ت) اگر زاویه بین دو بردار مخالف صفر، منفرجه باشد، آن گاه ضرب داخلی آن‌ها یک عدد حقیقی مثبت است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

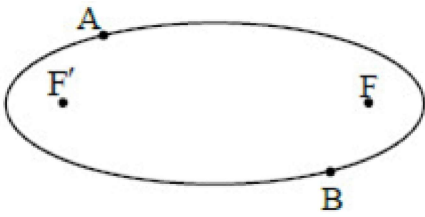
۲۹۶

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک‌تر باشد، شکل بیضی به دایره نزدیک‌تر خواهد شد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۲۹۷

دو نقطه  $A$  و  $B$  مطابق شکل روی بیضی و نقاط  $F$  و  $F'$  کانون‌های بیضی‌اند اگر  $AF' = BF$  باشد ثابت کنید دو پاره خط  $AF$  و  $BF'$  موازی‌اند.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۲۹۸

معادله سهمی را بنویسید که رأس  $A(1, 2)$  و  $F(1, -2)$  کانون آن باشد، و سپس معادله خط هادی آن را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۲۹۹

خروج از مرکز یک بیضی افقی  $\frac{4}{5}$ ، مرکز آن  $(-4, -1)$  و طول قطر کوچک این بیضی ۶ واحد است.  
الف) طول قطر کانونی و فاصله کانونی را محاسبه کنید.  
ب) مختصات نقاط دو سر قطر بزرگ را پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۳۰۰

معادله سهمی را بنویسید که رأس  $A(4, 6)$  و  $y = 3$  معادله خط هادی آن باشد.

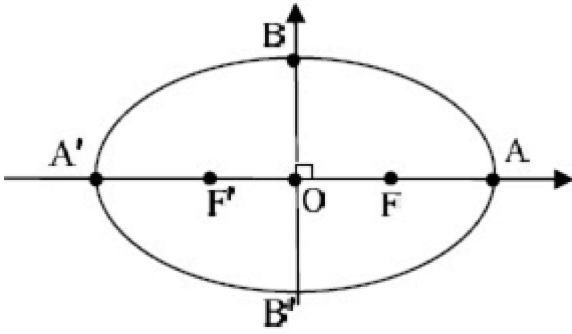
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۳۰۱

عبارت مناسب را انتخاب کنید.  
اگر صفحه‌ای بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و در هیچ حالتی با مولد سطح مخروطی موازی نشود و از رأس نگذرد، شکل حاصل از تقاطع صفحه با سطح مخروطی ..... خواهد بود. (بیضی - سهمی - هذلولی)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۳۰۲ مرکز بیضی مقابل بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای  $x$  و  $y$  منطبق هستند و فاصله  $F$  از هر دو نقطه  $O$  و  $A$  برابر  $۴$  است. طول قطر کوچک بیضی را محاسبه کنید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۳۰۳ کانون‌های یک بیضی نقاط  $(۲, ۵)$  و  $(۲, -۳)$  و  $a = ۵$  است. مختصات مرکز و اندازه‌ی قطر کوچک بیضی را پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۳۰۴ مختصات کانون، رأس و معادله‌ی خط هادی سهمی به معادله  $y^2 - ۶y + ۱۶x + ۲۵ = ۰$  را تعیین کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

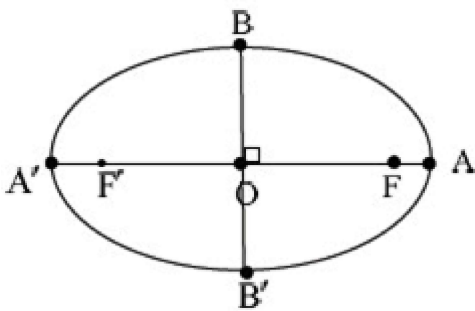
۳۰۵ عبارت مناسب را انتخاب کنید. اگر خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک شود، شکل بیضی به شکل ..... نزدیک خواهد شد. (پاره‌خط - دایره - نقطه)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۳۰۶ سهمی  $y^2 = ۴x - ۴$  مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع  $۳$  دایره‌ای رسم می‌کنیم، مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۳۰۷ در بیضی مقابل طول قطر بزرگ  $\sqrt{۲}$  برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه‌ی  $\widehat{F'BF}$  چند درجه است؟

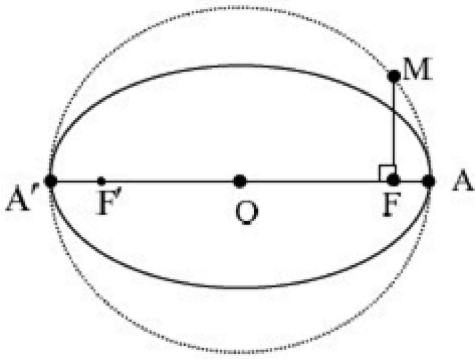


سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۳۰۸ اگر در یک بیضی طول قطر کوچک  $۲۴$  و فاصله کانون تا مرکز آن برابر  $۵$  باشد، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۳۰۹ قطر دایره C مانند شکل، قطر بزرگ بیضی است و از کانون F عمودی بر AA' رسم کرده‌ایم تا دایره را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. ثابت کنید MF با نصف قطر کوچک بیضی برابر است.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۳۱۰ کانون‌های یک بیضی نقاط  $(1, 3)$  و  $(1, -5)$  است.  
الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی و معادله قطر بزرگ بیضی را بنویسید.  
ب) اگر  $a = 5$  باشد، اندازه‌ی قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۳۱۱ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.  
در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد بیضی تبدیل به یک ..... می‌شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۳۱۲ کانون‌های یک بیضی نقاط  $(1, 3)$  و  $(1, -5)$  است.  
الف) فاصله‌ی کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید.  
ب) اگر  $a = 6$  باشد، اندازه‌ی قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۳۱۳ اگر در یک بیضی داشته باشیم  $a = 5$  و  $b = 3$  در این صورت اندازه فاصله کانونی این بیضی را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

۳۱۴ اگر نقطه  $A(2, 3)$  رأس سهمی و  $y = 7$  معادله خط هادی سهمی باشد.  
الف) معادله سهمی را بنویسید.  
ب) مختصات کانون سهمی را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

۳۱۵ بیضی با قطرهای ۶ و ۱۰ مفروض است، خروج از مرکز بیضی را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

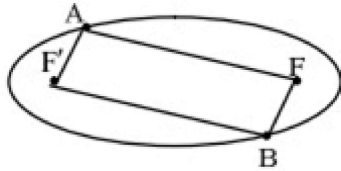
۳۱۶ در جای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید.  
هرچه خروج از مرکز بیضی ..... (کوچکتر، بزرگتر) شود شکل بیضی به دایره نزدیکتر خواهد شد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۳۱۷ سهمی  $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$  مفروض است.  
الف) مختصات رأس، کانون و خط هادی سهمی را به دست آورید.  
ب) نمودار آن را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۳۱۸ دو نقطه  $A$  و  $B$  مطابق شکل روی بیضی و نقاط  $F$  و  $F'$  کانونهای بیضی اند. اگر  $AF' = BF$  باشد ثابت کنید دو پاره خط  $AF$  و  $BF'$  موازی اند.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۳۱۹ اگر خروج از مرکز بیضی برابر  $\frac{3}{5}$  و طول قطر کوچک بیضی ۱۶ باشد، طول قطر بزرگ بیضی و فاصله کانونی آن را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

فصل ۳-درس ۱ سوال ۴۶

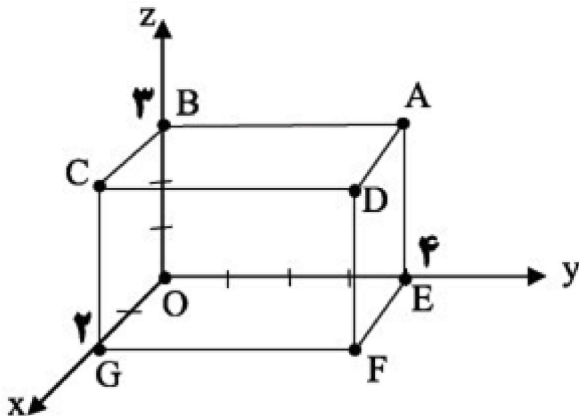
۳۲۰ شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط  $-2 < y \leq -1$ ،  $y < -x^2 + 1$  را در فضای دو بعدی رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۳۲۱ شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه  $x^2 \leq y \leq 2$  را رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۳۲۲ وجه‌های مکعب مستطیل مشخص شده در شکل مقابل، قسمت‌هایی از صفحات به معادلات  $x = 0$ ،  $x = 2$  و  $z = 0$ ،  $z = 3$  و  $y = 0$ ،  $y = 4$  (الف) مختصات نقطه  $A$  را مشخص کنید. (ب) معادلات مربوط به یال  $AD$  و وجه  $CDFG$  را بنویسید.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۳۲۳ نقاط  $A = (1, 2, 1)$ ،  $B = (-1, 0, -5)$  و  $C = (-1, 3, 1)$  سه رأس یک مثلث هستند. اگر نقطه  $M$  وسط ضلع  $AB$  باشد، طول پاره خط  $CM$  (میانۀ وارد بر ضلع  $AB$ ) را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۳۲۴ با فرض  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ،  $\vec{b} = (3, 1, 1)$  و  $r = -2$ ، مختصات بردار  $r\vec{a} + \vec{b}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۳۲۵) اگر نقاط  $A = (3, -1, 2)$ ,  $B = (1, -1, 2)$  در دستگاه  $R^3$  باشند، معادله خط AB را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۲۶) معادله صفحه‌ای در فضای  $R^3$  را بنویسید که موازی صفحه  $xy$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۲۷) اگر نقاط  $A = (3, -1, 2)$ ,  $B = (1, -1, 2)$  در دستگاه  $R^3$  باشند، معادله خط AB را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۲۸) با فرض  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$ ,  $\vec{b} = (3, -1, 1)$ ,  $r = 3$ ,  $s = 2$ ، مختصات بردار  $r\vec{a} - s\vec{b}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۲۹) معادله صفحه‌ای در فضای  $R^3$  را بنویسید که موازی صفحه  $xy$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۳۰) با فرض  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$ ,  $\vec{b} = (3, -1, 1)$ ,  $r = 3$ ,  $s = 2$ ، مختصات بردار  $r\vec{a} - s\vec{b}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۳۱) برای موارد الف و ب پاسخ صحیح را از گزینه‌های داده شده انتخاب کنید و بنویسید.  
الف) رابطه مربوط به قسمت رنگی کدام است؟

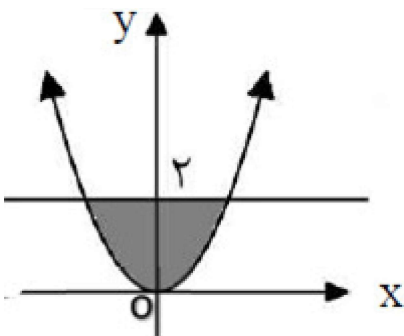
$$(1) \quad 2 \leq y \leq x^2$$

$$(2) \quad x^2 \leq y \leq 2$$

ب) شرط هم‌صفحه بودن برای هر سه بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  کدام است؟

$$(1) \quad \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$(2) \quad \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{0}$$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۳۲) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

خط به معادله  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$  بر صفحه  $xOz$  عمود است.

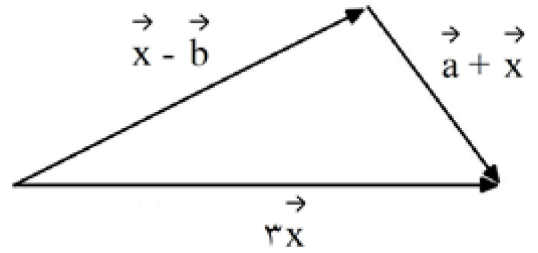
سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۳۳

جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.  
الف) معادله صفحه‌ای که موازی  $YOZ$  است و از نقطه  $A(2, -1, 3)$  می‌گذرد، برابر با ..... است.

ب) حاصل عبارت  $\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k})$  برابر ..... است.

ج) در شکل مقابل بردار  $\vec{x}$  برحسب  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر با ..... است.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۳۴

درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر  $A_{n \times n}$  ماتریس دلخواه  $I_n$  ماتریس همانی و  $A^T - A = I$  باشد، وارون ماتریس  $A$ ، برابر  $(I - A)$  است.

ب) مکان هندسی مرکزی همه دایره‌های با شعاع ثابت  $r$  که بر دایره  $C(O, r)$  در صفحه این دایره مماس خارج هستند، دایره  $C'(O, 2r)$  است.

پ) بردار  $\vec{a} = \left(0, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ ، یک بردار یکه است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۳۳۵

درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

نقطه  $(-2, 3, -1)$  در ناحیه ششم مختصاتی قرار دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۳۳۶

در فضای سه‌بعدی، نمودار مربوط به معادلات  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$  خطی موازی محور ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۳۷

شکل کلی (نمودار) مربوط به روابط  $x > -2, x + y \leq 0$  را در فضای دو بعدی رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۳۸

نقطه  $A$  به ارتفاع ۳ روی محور  $z$ ‌ها و نقطه  $B(1, 0, 1)$  در فضا مفروض‌اند. فاصله مختصات وسط  $AB$  تا مبدأ مختصات را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۳۹

معادله صفحه‌ای که بر محور  $z$ ‌ها در نقطه به مختصات  $A = (0, 0, 3)$  عمود باشد، به صورت ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۳۴۰

در فضای سه بعدی، نمودار مربوط به معادلات  $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ ، معادله محور ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۳۴۱

اگر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  دو بردار دلخواه،  $r$  عدد حقیقی و  $\vec{b} = r\vec{a}$  آنگاه  $|\vec{a}| = r|\vec{b}|$  (درست - نادرست).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۳۴۲ شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه  $y = x^2$ ,  $-1 < x \leq 2$  را در فضای دو بعدی رسم کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۳۴۳ طول بردار  $\vec{a} = (0, -3, 4)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۳۴۴ با توجه به شکل، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

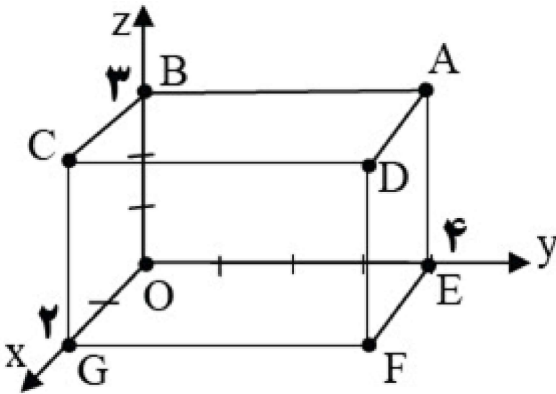
الف) نام وجهی از شکل که معادله آن به صورت زیر مشخص شده را بنویسید.

$$x = 2, 0 \leq y \leq 4, 0 \leq z \leq 3$$

ب) معادلات مربوط به پاره‌خط (یال) AD را بنویسید.

پ) مختصات نقطه D را بنویسید.

ت) معادله صفحه‌ای را بنویسید که موازی با صفحه XOZ باشد و مکعب مستطیل را نصف کند.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۳۴۵ درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر A و B دو ماتریس  $2 \times 2$  باشند آن‌گاه:  $|AB| = |A| |B|$

ب) در حالتی که صفحه‌ی P بر محور سطح مخروطی (l) عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.

پ) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد بیضی تبدیل به یک پاره‌خط می‌شود.

ت) نقطه با مختصات  $(-2, 3, -4)$  در ناحیه (کنج) شماره ۵ محورهای مختصات سه بعدی واقع است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۳۴۶ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعداد سطر و ستون ..... نامیده می‌شود.

ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی ..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.

پ) اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیش‌تر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه A در ..... بیضی است.

ت) اگر برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  داشته باشیم:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ ، در این صورت زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۳۴۷ در فضای سه بعدی نقطه A روی محور xها به طول ۲ و نقطه B در صفحه YOZ با عرض ۳- و ارتفاع ۴ مفروض است،

فاصله وسط پاره‌خط AB تا مبدأ مختصات را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۳۴۸ اگر طول و عرض و ارتفاع اتاقی ۴ متر و ۵ متر و ۳ متر باشد طول قطر اتاق که دو نقطه مقابل را به هم وصل می‌کند را

به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۳۴۹) نقطه A به طول ۲ روی محور xها و نقطه B روی صفحه XOZ به طول ۱ و ارتفاع ۳ در فضای سه بعدی مفروض اند.  
 الف) مختصات نقاط A و B را مشخص کنید.  
 ب) طول پاره خط AB را محاسبه کنید.  
 پ) مختصات وسط پاره خط AB را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۳۵۰) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.  
 الف) ماتریس مربعی که همه درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتریس ..... گویند.  
 ب) مکان هندسی، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه‌ی آن‌ها یک ویژگی ..... داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد عضو این مجموعه باشد.  
 پ) در حالتی که  $\frac{c}{a} = 1$  بیضی به یک ..... تبدیل می‌شود.  
 ت) بردار  $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}$  در فضا سه بعدی بر صفحه‌ی مختصات سه بعدی ..... منطبق است.  
 ( XOZ, YOZ, XOY )

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

۳۵۱) معادلات  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  مربوط به کدام محور در دستگاه مختصات  $R^3$  است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۳۵۲) اگر  $y = b$  معادله‌ی صفحه‌ای در فضای  $R^3$  باشد که از نقطه  $A = (2, -3, 4)$  بگذرد، مقدار عددی b چه قدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۳۵۳) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.  
 الف) اگر ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & f \\ 0 & a & 0 \\ e & c & b \end{bmatrix}$  اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر ..... است.  
 ب) اگر صفحه‌ی P با مولد (d) موازی باشد و اِز رَأْسِ سَطْحِ مَخْرُوطِی عِیُور کُنَد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک ..... است.  
 پ) در بیضی، در حالتی که  $\frac{c}{a} = 0$  بیضی به ..... تبدیل می‌شود.  
 ت) در فضای  $R^3$ ، نقطه  $(-3, 2, -5)$  در ناحیه (کنج) ..... دستگاه مختصات قرار دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۳۵۴) در فضای  $R^3$ ، نقطه A به عرض ۲ و ارتفاع ۳ روی صفحه YOZ و نقطه  $B = (-4, 6, -3)$  مفروض اند مختصات وسط AB را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

۳۵۵) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.  
 الف) حاصل ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی .....  
 ب) در حالتی که صفحه‌ی P بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد آن d نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک ..... خواهد بود.  
 پ) رأس سهمی به معادله  $y^2 + 2x - 2y = 0$  نقطه به مختصات ..... است.  
 ت) حاصل ضرب خارجی دو برابر غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  که با هم موازی هستند، برابر بردار ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۳۵۶ دو بردار  $\vec{a} = (1, 2, -1)$  و  $\vec{b} = (0, 2, -1)$  را در نظر بگیرید.  
 الف) بردار  $\vec{a}$  در کدام ناحیه از فضای  $R^3$  واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود)  
 ب) طول بردار  $\vec{a} - \vec{b}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۳۵۷ نقاط  $A = (1, 2, 1)$  و  $B = (2, 2, 1)$  و  $C = (3, 2, -1)$  را در فضا در نظر می‌گیریم، کدام‌ها روی خط  $\begin{cases} y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$  قرار دارند؟ چرا؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۳۵۸ درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.  
 الف) اگر برای ماتریس‌های متمایز  $A, B$  و  $C$  داشته باشیم،  $AB = AC$ ، آن‌گاه لزوماً  $B = C$  است.  
 ب) مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع  $d, d'$  به یک فاصله‌اند، نیمساز زاویه بین آن دو خط می‌باشد.  
 پ) نقطه  $(3, -2)$  روی دایره  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  قرار دارد.  
 ت) برای دو بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$ ، حاصل  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{a} = 0$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

۳۵۹ نمودار مربوط به معادلات  $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$  در فضای  $R^3$  چه شکلی است؟ و چه ارتباطی با نمودار  $x = 0$  دارد؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۳۶۰ اگر  $\vec{a} = (2, -1, 3)$  و  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$  باشد اندازه بردار  $\vec{a} + 2\vec{b}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

۳۶۱ درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
 نقطه  $A(2, -3, 0)$  روی صفحه  $xOy$  قرار دارد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۳۶۲ بردارهای  $\vec{a} = (1, 2, 3)$  و  $\vec{b} = (-2, 0, 2)$  مفروض‌اند:  
 الف) تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر امتداد بردار  $\vec{b}$  را به دست آورید.  
 ب) طول بردار  $\vec{a} - \vec{b}$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

۳۶۳ نقاط  $A(3, 1, 2)$  و  $B(3, -2, 2)$  در  $R^3$  مفروض‌اند:  
 الف) طول پاره‌خط  $AB$  را به دست آورید.  
 ب) معادلات مربوط به پاره‌خط  $AB$  را بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

۳۶۴ اگر  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{k}$  و  $\vec{b} = (1, 2, 1)$  باشد، طول بردار  $\vec{a} - 2\vec{b}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۳۶۵

به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) معادله‌ی صفحه‌ای را بنویسید که از نقطه  $A = (2, 3, 4)$  بگذرد و با صفحه  $xOy$  موازی باشد.ب) معادلات  $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$  مربوط به کدام محور است؟پ) در فضای  $R^3$ ، نقطه  $A$  به طول ۲ روی محور طولها و نقطه  $B = (-4, 6, -3)$  مفروضاند مختصات وسط  $AB$  را بیابید.

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

سوال ۸۶

## فصل ۳-درس ۲

۳۶۶

دو بردار  $\vec{a} = (-m, -1, -2)$  و  $\vec{b} = (0, -3, m+2)$  مفروضاند. اگر دو بردار  $\vec{a} - \vec{b}$  و  $\vec{a} + \vec{b}$  بر هم عمود باشند، آنگاه حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{a} \times \vec{b}$  ساخته می‌شود را به دست آورید.

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۶۷

مساحت متوازی‌الاضلاع پدید آمده توسط دو بردار  $\vec{a} = (-2, 1, 0)$  و  $\vec{b} = (1, -3, 2)$  را محاسبه کنید.

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۳۶۸

اگر  $\vec{a} = (m, 2, -1)$ ،  $\vec{b} = (m-1, 1, -1)$ ،  $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{2}$  در این صورت مقدار  $m$  را به دست آورید.

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۶۹

اگر  $\vec{a} = (m, 2, -1)$ ،  $\vec{b} = (m-1, 1, -1)$ ،  $|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{2}$  در این صورت مقدار  $m$  را به دست آورید.

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۷۰

برای هر دو بردار غیرصفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ثابت کنید:  $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$  (منظور از  $|\vec{a} \cdot \vec{b}|$  قدرمطلق مقدار  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  می‌باشد).

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۷۱

اگر مساحت متوازی‌الاضلاعی که توسط بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته می‌شود  $6\sqrt{3}$  باشد و  $\vec{a} = 4$ ،  $\vec{b} = 3$ ، حاصل  $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$  را به دست آورید.

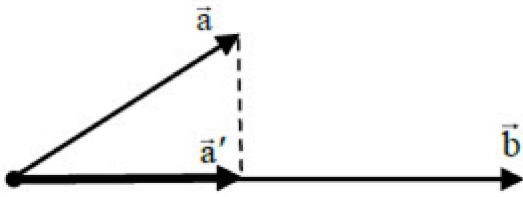
سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۷۲

اگر  $\vec{a} = -\vec{i} - \sqrt{3}\vec{k}$  و  $\vec{b} = (\sqrt{3}, 2, 1)$  باشد. تصویر قائم بردار  $\vec{b}$  بر  $\vec{a}$  و اندازه بردار تصویر را به دست آورید.

سؤالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۳

۳۷۳ نشان دهید: تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  روی بردار  $\vec{b}$  برابر  $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$  است.



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۷۴ بردارهای  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ ،  $\vec{b} = (0, 1, 1)$  و  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$  بر سه یال یک متوازی‌السطوح منطبق هستند. اگر قاعده این متوازی‌السطوح توسط بردارهای  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  تولید شود، اندازه ارتفاع وارد بر این وجه را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۳۷۵ ثابت کنید اگر دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  در یک راستا باشند، آنگاه تصویر قائم  $\vec{a}$  بر امتداد  $\vec{b}$ ، برابر خود  $\vec{a}$  می‌شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۳۷۶ اگر زاویه بین دو بردار  $\vec{a} = (2, -1, n)$  و  $\vec{b} = (1, 0, -1)$  برابر با  $135^\circ$  درجه باشد، مقدار  $n$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۳۷۷ بردارهای  $\vec{a} = (-2, 0, 2)$  و  $\vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k}$  را در نظر بگیرید.  
الف) زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را به دست آورید.  
ب) تصویر قائم بردار  $\vec{a} + \vec{b}$  را بر امتداد بردار  $\vec{b}$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

۳۷۸ اگر طول بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  به ترتیب ۴ و ۶ و  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$  باشد، مساحت مثلث بنا شده توسط دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

۳۷۹ با فرض اینکه  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$  و زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر  $60^\circ$  باشد، حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$       ب)  $|\vec{a} \times \vec{b}|$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۳۸۰ پاسخ صحیح را از میان کلمات داخل پرانتز انتخاب کنید و بنویسید.  
الف) اگر صفحه‌ای موازی با مولد یک سطح مخروطی، از رأس آن عبور نکند، آنگاه فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک ..... است. (هذلولی - سهمی)  
ب) دو بردار غیرصفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ..... هستند؛ اگر و فقط اگر  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  (بر هم عمود - با هم موازی)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۳۸۱) درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) هر ماتریس مربعی یک ماتریس اسکالر است.

ب) هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیکتر شود، شکل بیضی به دایره نزدیکتر می‌شود.

پ) برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$ ، تساوی  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$  همواره برقرار است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۳۸۲) تصویر قائم بردار  $\vec{a} = (1, 3, 1)$  بر امتداد بردار  $\vec{b} = (-2, 0, 1)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۴

۳۸۳) اگر  $\vec{a}$  یک بردار در فضای  $R^3$  باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

۱)  $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{0}$       ۲)  $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$       ۳)  $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$       ۴)  $\vec{a} \cdot \vec{a} = 0$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۸۴) اگر  $\vec{a}'$  تصویر قائم  $\vec{a}$  بر  $\vec{b}$  باشد، حاصل  $|\vec{a}'|$  کدام است؟

۱)  $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|}$       ۲)  $|\vec{a}| |\vec{b}|$       ۳)  $|\vec{a} \cdot \vec{b}|$       ۴)  $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|^2}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۸۵) کسینوس زاویه بین دو بردار  $\vec{a} = (1, 0, 1)$ ،  $\vec{b} = (-1, 1, 0)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۸۶) کسینوس زاویه بین دو بردار  $\vec{a} = (1, 0, 1)$ ،  $\vec{b} = (-1, 1, 0)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۸۷) اگر  $\vec{a}$  یک بردار در فضای  $R^3$  باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

۱)  $\vec{a} \cdot \vec{a} = \vec{0}$       ۲)  $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$       ۳)  $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$       ۴)  $\vec{a} \cdot \vec{a} = 0$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۸۸) اگر  $\vec{a}'$  تصویر قائم  $\vec{a}$  بر  $\vec{b}$  باشد، حاصل  $|\vec{a}'|$  کدام است؟

۱)  $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|}$       ۲)  $|\vec{a}| |\vec{b}|$       ۳)  $|\vec{a} \cdot \vec{b}|$       ۴)  $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|^2}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۴

۳۸۹) حاصل هر کدام از عبارات گروه A را از گروه B انتخاب کنید. (دو مورد از گروه B اضافی است)

گروه B				گروه A	
$\vec{i}$	$\vec{k}$	$\vec{j}$	$\vec{0}$	$(\vec{k} \cdot \vec{k}) \vec{i}$ (ب)	

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۹۰ بردارهای  $\vec{a} = (2, -1, 1)$  و  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$  مفروض اند. الف) زاویه بین دو بردار  $\vec{a} - \vec{b}$  و  $\vec{b}$  را به دست آورید. ب) مختصات بردار عمود بر دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۹۱ فرض کنید  $\vec{a} = \left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$  و  $\vec{b} = (1, 0, 1)$ ، تصویر قائم بردار  $\vec{a} - \vec{b}$  را بر امتداد بردار  $\vec{b}$  به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۹۲ جاهای خالی را با عبارت یا اعداد مناسب کامل کنید. الف) معادله صفحه گذرنده از نقطه  $A(2, 3, -1)$  و عمود بر محور  $x$ ها به صورت ..... می باشد. ب) اگر  $A(-1, 0, 3)$  و  $B(5, 2, -3)$  مختصات نقطه  $M$  وسط پاره خط  $AB$  به صورت ..... است. پ) برای هر دو بردار دلخواه  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$ ، حاصل  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{a}$  برابر ..... می باشد. ت) حاصل  $(\vec{j} \times \vec{i}) - 2\vec{k}$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

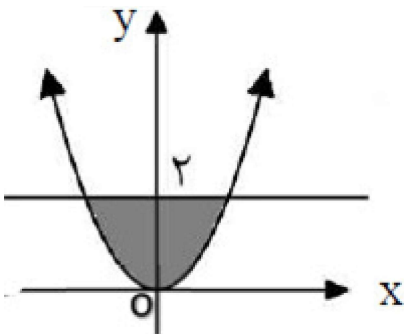
۳۹۳ نقاط  $A(1, 0, 0)$  و  $B(0, -2, 0)$  و  $C(0, 0, 3)$  داده شده اند. ابتدا حاصل  $\vec{AB} \times \vec{AC}$  را محاسبه کرده و سپس به کمک آن مساحت مثلث  $ABC$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۹۴ برای موارد الف و ب پاسخ صحیح را از گزینه های داده شده انتخاب کنید و بنویسید. الف) رابطه مربوط به قسمت رنگی کدام است؟  
 (۱)  $2 \leq y \leq x^2$   
 (۲)  $x^2 \leq y \leq 2$

ب) شرط هم صفحه بودن برای هر سه بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  کدام است؟

(۱)  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$   
 (۲)  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{0}$



سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۹۵ برای هر دو بردار دلخواه  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ثابت کنید.  

$$\left| \vec{a} \times \vec{b} \right|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \left| \vec{a} \right|^2 \left| \vec{b} \right|^2$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۹۶ بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  به اندازه‌های ۳ و ۴ با یکدیگر زاویه  $30^\circ$  می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط دو بردار  $(-\vec{a})$  و  $(-\vec{b})$  ساخته می‌شود را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۳

۳۹۷ حجم متوازی‌السطوح ایجاد شده توسط بردارهای  $\vec{a} = (0, -1, 1)$  و  $\vec{b} = (1, 0, -1)$  و  $\vec{c} = (0, -1, -1)$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۳

۳۹۸ اگر  $|\vec{a}| = 10$  و  $|\vec{b}| = 2$  و  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$  باشند و زاویه بین دو بردار حاده باشد، مقدار  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۳۹۹ فرض کنید  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بردارهایی به طول ۵ هستند که با یکدیگر زاویه  $\frac{\pi}{4}$  می‌سازند. مساحت مثلثی که توسط بردارهای  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $2\vec{a}$  تولید می‌شود را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۰۰ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.  
 الف) در ماتریس قطری  $A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2k-1 & 2 \end{bmatrix}$  مقدار  $k$  برابر ..... است.  
 ب) هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل ..... است.  
 پ) حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای واحد  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  بنا می‌شود، برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۰۱ اگر  $\vec{a} = (1, -3, 4)$  و  $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$  باشند، آنگاه تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  را بر امتداد بردار  $\vec{b}$  بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۰۲ برداری عمود بر دو بردار  $\vec{a} = (3, -1, 2)$  و  $\vec{b} = (1, 2, -1)$  بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۲

۴۰۳ اگر  $\vec{a} = (-2, 0, 1)$  و  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j}$  باشند، مساحت مثلثی که توسط بردارهای  $\vec{a} - \vec{j}$  و  $\vec{b}$  تولید می‌شود را حساب کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۴۰۴ مقدار  $m$  را طوری بیابید که زاویه بین دو بردار  $\vec{a} = (m, 0, 2)$  و  $\vec{b} = (2, -2, 0)$  برابر  $\frac{\pi}{3}$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۴۰۵ اگر سه بردار  $\vec{a} = (m, -1, 1)$ ،  $\vec{b} = (1, -1, 1)$  و  $\vec{c} = (1, m, -1)$  در یک صفحه واقع باشند، مقدار  $m$  را بیابید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۴۰۶ جای خالی را با واژه مناسب کامل کنید.  
 حاصل  $\vec{j} \cdot ((\vec{i} \times \vec{k}) \times \vec{i})$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۴۰۷ اگر  $\vec{a} = (2, -1, 1)$ ،  $\vec{b} = (-1, 2, 0)$  و  $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j}$  باشد، تصویر قائم بردار  $\vec{a} + \vec{b}$  بر امتداد بردار  $2\vec{c} - \vec{b}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۲

۴۰۸ بردار  $\vec{a} = (4, -4, 2)$  مفروض است. بردار  $\vec{b}$  غیرهم‌جهت با  $\vec{a}$  و به طول ۱۲ را طوری بیابید که  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$  باشد.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۴۰۹ زاویه بین بردارهای غیرصفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر  $\theta$  است. در کدامیک از موارد زیر حاصلضرب داخلی آنها بیشتری مقدار را دارد.

$\theta = 0$  (۱)       $\theta = \frac{2\pi}{3}$  (۲)       $\theta = \frac{\pi}{4}$  (۳)       $\theta = \frac{\pi}{3}$  (۴)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۴۱۰ زاویه بین دو بردار  $\vec{a} = (2, -1, 2)$  و  $\vec{b} = (1, -1, 0)$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۴۱۱ کدامیک از بردارهای زیر، بر راستای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  عمود نیست.

$\vec{a} \times \vec{b}$  (۲)       $\sqrt{3}\vec{a} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{b}\right)$  (۱)  
 $\vec{b} \times \frac{\sqrt{2}}{5}\vec{a}$  (۴)       $2\vec{a} + 3\vec{b}$  (۳)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۴۱۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.  
 حاصل عبارت  $\vec{i} \cdot (\vec{i} \times \vec{j})$  برابر صفر است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۲

۴۱۳ سه بردار  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$  و  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$  و  $\vec{c} = (0, 2, 1)$  را در نظر بگیرید:  
 الف) طول بردار  $2\vec{b} - \vec{c}$  را به دست آورید.  
 ب) مساحت متوازی‌الاضلاع که روی دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b} + \vec{c}$  ایجاد می‌شود را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۱

۴۱۴ مقدار  $m$  را چنان بیابید که دو بردار  $\vec{a} = (2, m, -1)$  و  $\vec{b} = (m + 1, 3, 2)$  بر هم عمود باشند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۴۱۵ اگر  $|\vec{a}| = 3$  و  $|\vec{b}| = 5$  و حاصل ضرب داخلی دو بردار ۱۰ باشد، مساحت مثلثی که توسط دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  تولید می‌شود چقدر است؟

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۴۱۶ حجم متوازی‌السطوحی را به دست آورید که توسط سه بردار  $\vec{a} = (1, 0, -1)$  و  $\vec{b} = (0, 2, 2)$  و  $\vec{c} = (2, -3, 0)$  تولید می‌شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۱

۴۱۷ اگر  $A = (2, -1, 3)$  و  $B = (3, 1, 4)$  و  $C = (-1, 1, 0)$  سه رأس مثلث ABC باشند، مساحت مثلث ABC را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۱۸ سه بردار  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$  و  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$  و  $\vec{c} = (0, 2, 1)$  در نظر بگیرید:  
الف) زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر با  $\theta$  باشد  $\cos \theta$  را بیابید.  
ب) تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر  $\vec{b} - \vec{c}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۱۹ برای دو بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ثابت کنید دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برهم عمودند اگر و فقط اگر  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۲۰ عبارت زیر را کامل کنید.  
- اگر سه بردار  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  در یک صفحه باشند آنگاه حجم متوازی‌السطوح بنا شده توسط سه بردار برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۲۱ درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در صورت نادرستی، شکل صحیح عبارت را بنویسید.  
- برای دو بردار واحد  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  حاصل ضرب خارجی  $\vec{i} \times \vec{j} = 0$  است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۲۲ دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  مفروض‌اند به طوری که  $|\vec{a}| = 6$  و  $|\vec{b}| = 4$  و زاویه بین آن‌ها  $30^\circ$  درجه است. مقدار عبارت  $|\vec{a} \times \vec{b}|$  را محاسبه کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۱

۴۲۳ بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  مفروض‌اند به طوری که  $|\vec{a}| = 3$  و  $|\vec{b}| = 26$  و  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 72$ . اگر زاویه بین بردارها کمتر از قائمه باشد، مقدار  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

۴۲۴ بردارهای  $\vec{a} = (2, -1, 2)$  و  $\vec{b} = (1, -1, 0)$  را در نظر بگیرید.  
الف) زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را به دست آورید.  
ب) برداری عمود بر دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۱۴۰۰

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. ۴۲۵

الف) اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $3 \times 3$  دلخواه باشند آنگاه عبارت  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$  همواره برقرار است.

ب) اگر صفحه‌ی  $P$  به گونه‌ای باشد که هر دو تکه‌ی بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد، در این صورت فصل مشترک صفحه  $P$  و سطح مخروطی یک هذلولی است.

پ) نقطه  $(3, -2)$  روی دایره  $x^2 + y^2 + 2x = 0$  قرار دارد.

ت) برای سه بردار  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  به طول‌های واحد روی محورهای مختصات در  $R^3$  داریم:  $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

مقدار  $m$  را طوری تعیین کنید که سه بردار  $\vec{a} = (2, -1, 3)$  و  $\vec{b} = (0, m, -1)$  و  $\vec{c} = (1, -2, 3)$  در یک صفحه باشند. ۴۲۶

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  به طول‌های  $3$  و  $26$  و  $|\vec{a}| = 3$  و  $|\vec{b}| = 26$  و اندازه ضرب خارجی  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 72$  مفروض‌اند. اگر زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  کم‌تر از  $90^\circ$  باشد مقدار ضرب داخلی دو بردار را به دست آورید. ۴۲۷

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

تصویر قائم بردار  $\vec{a} = (2, -1, 2)$  را بر امتداد بردار  $\vec{b} = (1, -1, 0)$  بیابید. ۴۲۸

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۱۴۰۰

ثابت کنید: دو بردار غیرصفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  با هم موازی هستند، اگر و فقط اگر  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ . ۴۲۹

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. ۴۳۰

الف) اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس هم مرتبه و  $r$  یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و  $rA = rB$  آنگاه داریم:  $A = B$ .

ب) مکان هندسی مرکزهای همه‌ی دایره‌هایی در صفحه که بر خط  $d$  در نقطه‌ی ثابت  $A$  مماس‌اند، یک نیم‌خط عمود بر خط  $d$  در نقطه‌ی  $A$  است.

پ) در یک سهمی، هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از کانون سهمی خواهد گذشت.

ت) اگر زاویه بین دو بردار مخالف صفر، منفرجه باشد، آنگاه ضرب داخلی آن‌ها یک عدد حقیقی مثبت است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. ۴۳۱

اگر برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  داشته باشیم:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$ ، در این صورت زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. ۴۳۲

برای بردار غیر صفر  $\vec{a}$  در  $R^3$  داریم:  $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$ .

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۸

سه بردار  $\vec{a} = (2, 3, 1)$  و  $\vec{b} = (-1, 1, 0)$  و  $\vec{c} = (2, 1, -2)$  مفروض‌اند. (۴۳۳)

الف) برداری عمود بر دو بردار  $\vec{b}$  و  $-\vec{c}$  را به دست آورید.

ب) حجم متوازی‌السطوحی که توسط سه بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  تولید می‌شود را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (۴۳۴)

اگر  $\vec{i}$ ،  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  بردارهای یک‌ه در فضای  $R^3$  باشند، حاصل  $(\vec{i} \times \vec{j}) \cdot \vec{k}$  برابر است با .....

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

اگر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  بردارهایی باشند به ترتیب با طول‌های ۱ و ۲ و ۳ با این ویژگی که  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  مقدار (۴۳۵)

عددی عبارت  $\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{b}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. (۴۳۶)

اگر برای دو بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  داشته باشیم:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$  در این صورت  $\theta = \frac{\pi}{4}$  است ( $\theta$  زاویه بین

دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  است).

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

اگر  $\vec{a} = (1, -3, 4)$ ،  $\vec{b} = (3, -4, 2)$  و  $\vec{c} = (-1, 1, 4)$  باشند آن‌گاه تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر امتداد (۴۳۷)

$\vec{b} + \vec{c}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۱۴۰۰

برای هر دو بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ثابت کنید: اگر  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  باشد آن‌گاه  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بر هم عمودند. (۴۳۸)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

بردارهای  $\vec{a} = (2, -1, 2)$  و  $\vec{b} = (1, -1, 0)$  را در نظر بگیرید. تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  را بر امتداد بردار  $\vec{b}$  بیابید. (۴۳۹)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

مساحت متوازی‌الاضلاعی را به دست آورید که توسط دو بردار  $\vec{a} = (3, 2, 1)$  و  $\vec{b} = (2, 0, 1)$  به وجود می‌آید. (۴۴۰)

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۹

بردارهای  $\vec{a} = (2, -1, 2)$  و  $\vec{b} = (1, -1, 0)$  را در نظر بگیرید. (۴۴۱)

الف) زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را به دست آورید.

ب) برداری عمود بر دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریورماه ۹۹

- ۴۴۲ دو بردار  $\vec{a} = (3, -2, 1)$  و  $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  را در نظر بگیرید.  
 الف) بردار  $\vec{a}$  در کدام ناحیه از فضای  $R^3$  واقع است؟ (شماره ناحیه ذکر شود).  
 ب) طول بردار  $\vec{a} + 2\vec{b}$  را حساب کنید.  
 پ) برداری عمود بر دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را پیدا کنید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۹

- ۴۴۳ جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.  
 حاصل ضرب داخلی دو بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  که بر هم عمود هستند، برابر ..... است.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

- ۴۴۴ اگر بردار  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$  باشد، ثابت کنید:  

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

- ۴۴۵ اگر  $A = (-1, 2, 0)$  و  $B = (1, 0, -1)$  و  $C = (0, -1, 1)$  سه رأس مثلث ABC باشند، مساحت مثلث ABC را با استفاده از ضرب خارجی بردارها به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-دی ماه ۹۸

- ۴۴۶ سه بردار  $\vec{a} = (2, 3, 1)$  و  $\vec{b} = (-1, 1, 0)$  و  $\vec{c} = (2, 1, -2)$  مفروض‌اند.  
 الف) برداری عمود بر دو بردار  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{c}$  را به دست آورید.  
 ب) حجم متوازی‌السطوحی که توسط سه بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  تولید می‌شود را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

- ۴۴۷ اگر  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  و  $\vec{k}$  بردارهای واحد در  $R^3$  باشند، حاصل  $(\vec{j} \times \vec{k}) \cdot \vec{i}$  را به دست آورید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

- ۴۴۸ ثابت کنید اگر دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  در یک راستا باشند آن‌گاه تصویر قائم  $\vec{a}$  بر امتداد  $\vec{b}$ ، برابر خود  $\vec{a}$  می‌شود.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-شهریور ۹۸

- ۴۴۹ مقدار  $m$  را طوری تعیین کنید که سه بردار  $\vec{a} = (1, m, -1)$ ،  $\vec{b} = (2, 3, -1)$  و  $\vec{c} = (1, -1, 3)$  در یک صفحه باشند.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

- ۴۵۰ ثابت کنید: دو بردار غیر صفر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  با هم موازی هستند اگر و فقط اگر  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸

- ۴۵۱ بردارهای  $\vec{a} = (1, -3, 2)$  و  $\vec{b} = (-2, 1, -5)$  را در نظر بگیرید.  
 الف) تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  را بر امتداد بردار  $\vec{b}$  به دست آورید.  
 ب) برداری عمود بر دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بنویسید.

سوالات امتحانات نهایی متوسطه-دوازدهم-خردادماه ۹۸